La importancia de la simetría en la aplicación de la Ley de Gauss

Andrés Pazos

andres1962ps@gmail.com

CeRP del Sur CFE, Atlántida, Uruguay

Resumen

Este trabajo, surge de una presentación realizada en el marco de los cursos de verano dictados por el Departamento de Física del CeRP del Sur el día 6 de marzo de 2023 sobre leyes de Maxwell. Determinaremos el campo eléctrico creado por una partícula cargada eléctricamente, en determinado punto, haciendo hincapié en como se aplica la simetría de la situación física y sus consecuencias.

Palabras clave

Ley de Gauss; simetría

Introducción

Este trabajo, surge de una presentación realizada en el marco de los cursos de verano dictados por el Departamento de Física del CeRP del Sur el día 6 de marzo de 2023 sobre leyes de Maxwell.En diversos textos que tratan el tema campo eléctrico podemos encontrar la Ley de Gauss y sus aplicaciones.

Sin embargo la importancia y necesidad de condiciones de simetría no suele estar tan desarrollado, nos centraremos en mostrar la necesidad e importancia de la simetría para aplicar esta ley a un caso particular como es una partícula cargada.

Desarrollo

Nuestro objetivo es determinar el campo eléctrico creado por una párticula con carga q, (positiva en este caso), en un punto A, cuya distancia a la carga es r, aplicando la Ley de Gauss (1° Ley de Maxwell)

Consideremos una superficie gaussiana, (puede ser imaginaria), en este caso esta será una esfera con centro en A y radio r. Aplicando la Ley de Gauss, exclusivamente, queremos determinar el vector campo eléctrico (**E**) en el punto A, es decir debemos hallar su módulo, dirección y sentido. En primera instancia vamos determinar su dirección y sentido.

La dirección normal es perpendicular a la superficie hacia afuera, o sea tiene igual dirección que el radio, y la tangencial esta sobre la tangente a la superficie gaussiana (esfera). En este caso consideraremos una sola dirección tangencial ya que a los efectos de nuestra demostración es suficiente.

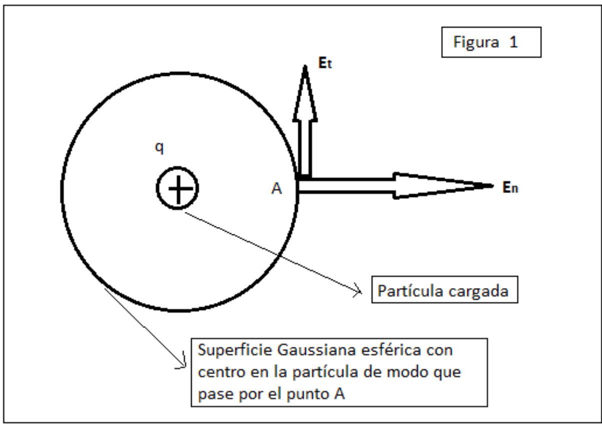
Comprobaremos a continuación que el campo eléctrico **E**, no puede tener componente tangencial. El sentido del vector campo debe ser hacia afuera ya que el producto escalar **E dA** debe ser positivo al igual que la carga eléctrica q, de acuerdo a la Ley de Gauss.

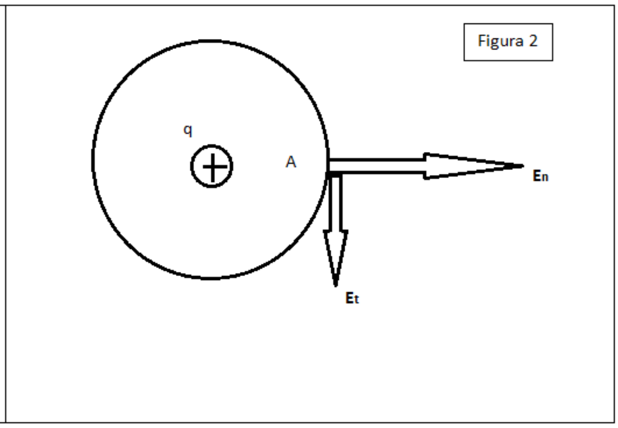
Es de hacer notar que al calcular el flujo eléctrico debemos hacer el producto escalar: **E . dA**, o $(\mathbf{E}_n + \mathbf{E}_t)$. **dA** .

Para ver la dirección del campo eléctrico en el punto A haremos un razonamiento por absurdo, suponiendo que el campo eléctrico **E** en el punto A tiene una componente tangencial $\mathbf{E}_t$, además de la normal $\mathbf{E}_n$. Esta última debe estar y no ser nula, ya que el producto escalar **E dr** sería nulo si no hay una componente normal. Pero esto no nos dice que **E** no pueda tener una componente tangencial, ya que

$\mathbf{E_t}$. $\mathbf{dA} = \mathbf{E_t} . \mathbf{n}$. dA = 0 ya que $\mathbf{E_t}$ es perpendicular a **n**.

Ahora veremos que realmente esa componente tangencial debe ser nula.
Como dijimos supongo una componente tangencial, por ejemplo como se ve en la figura 1.
Ahora rotemos 180° sobre un eje que contenga a $\mathbf{E_n}$, (y a q), obtendremos la situación de la figura 2.
Pero en realidad la situación física no ha cambiado es decir la partícula cargada no cambia al rotarla, (ya que es una partícula o carga puntual), respecto a un eje que pasa sobre ella, y la esfera tampoco cambia, o sea frente a la misma situación física $\mathbf{E_t}$ ha invertido su sentido, lo que no es posible porque el campo en el punto A debe ser único. De este modo concluimos que la componente tangencial ($\mathbf{E_t}$) debe ser nula, solamente el vector nulo es igual a su opuesto.





Para obtener el valor del campo recordamos la Ley de Gauss

Ley de Gauss

Figura 3

Flujo eléctrico que atraviesa la superficie cerrada S $= \oint_S \mathbf{E} . \mathbf{dA} = Q_n / \varepsilon_0$ también se puede escribir: $\oint_S E_n . dA = \oint_S \mathbf{E} . \mathbf{n}\ dA = Q_n / \varepsilon_0$

Siendo:

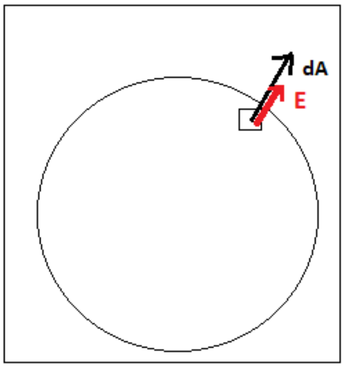
Q_n - la carga neta encerrada en la superficie gaussiana

E_n - la componente normal del campo eléctrico, en este caso el versor radial coincide con el normal a la superficie, ya que debe ser perpendicular a la tangente y hacia afuera.

dA - Vector del elemento de área es perpendicular a la superficie y hacia afuera.

dA = dA. **n** **n** es el versor normal que es perpendicular al área

E . campo eléctrico (vector)



En todos los puntos de la esfera **E** es normal a la superficie y su módulo debe ser constante ya que todos distan r de la carga q, es decir "todos los puntos de la esfera gaussiana ven igualmente a q a una distancia r”. Por lo tanto el flujo de campo eléctrico nos da:

$E. 4 . \pi\ r^2 = q / \varepsilon_0$ $\quad$ $E = q / (4 . \pi\ . \varepsilon_0 . R^2)$

Con dirección normal, (radial hacia afuera), como hemos visto.

Para más detalles sobre este cálculo se puede consultar libros como por ejemplo Sears.

Conclusiones

Es fundamental la simetría esférica de este problema para que el módulo del campo eléctrico sea constante Tenga solo componente perpendicular a la superficie esférica, o sea en la dirección del radio, y sea nula la componente paralela a la superficie o tangencial.

Referencias

YOUNG, D. y FREEDMAN, R. 2009. Física universitaria volumen 1 (Decimosegunda edición). PEARSON EDUCACIÓN, México, 2009