Los polígonos como objeto de enseñanza a nivel de formación magisterial. Análisis del discurso presente en propuestas de examen

Integrantes:
Ana María Domínguez, Jeannine Maufinet, Mercedes Villalba

Tutora:
Doctora Gabriela Buendía

Montevideo, diciembre de 2020

Índice

1. Introducción

Esta investigación, de corte interpretativo, se enmarca en el área de la Matemática Educativa y se propone investigar acerca de los significados atribuidos a los contenidos que se evalúan en matemáticas a nivel de formación inicial del magisterio uruguayo. Específicamente, se trabajó con polígonos, no solo a través de la denotación de los enunciados que conforman el objeto de evaluación analizado, sino y muy especialmente con las inferencias que ellos provocan.

La construcción de significados es un proceso de carácter socio-epistemológico (Reyes y Cantoral, 2014) y es continuo . Por ello, se procura interpretar cómo se vinculan algunos espacios y documentos académicos de formación magisterial con el significado atribuido a los saberes necesarios para el desempeño profesional respecto a los polígonos, en consonancia con las propuestas de examen escrito. El interés por analizar el discurso que se conforma en la interacción de estos aspectos se justifica por su relevancia tanto para la institución que los acredita como para el estudiantado en tanto logro profesional especialmente significativo. Es de suponer su coherencia con lo enseñado, por lo tanto la cuestión puede ser extensiva a qué se enseña sobre los polígonos a nivel magisterial y los paradigmas que las sustentan.

A efectos del análisis, el proyecto se adhiere al enfoque semiótico de Duval (2016) quien plantea que los objetos matemáticos solo son accesibles a partir de sus representaciones semióticas; su aprendizaje requiere la identificación y tránsito en distintas representaciones, en lo cual están involucrados tres procesos cognitivos: la visualización, la construcción y el razonamiento. Por otra parte, este trabajo se remite al modelo de Kuzniak (2003) quien plantea la existencia de tres tipos de geometrías o paradigmas geométricos provistos cada uno de un espacio de trabajo geométrico: natural, axiomática natural y axiomática formalista.

En tanto herramienta metodológica, se utiliza el análisis crítico del discurso, propia del trabajo de Van Dijk (1997) sobre el discurso como acción social. Los instrumentos utilizados son: el análisis documental de las propuestas escritas y la entrevista a docentes autores de las mismas. Se delimita a las propuestas de evaluación del período noviembre – diciembre de 2018 de todos los institutos de formación magisterial públicos de Uruguay.

Se concluye que la geometría presente en dichas propuestas corresponde, en la categorización de Kusniak, al tránsito entre los paradigmas I y II, donde la asociación de las propiedades geométricas transita de lo percibido a lo conceptualizado. Es frecuente la presencia de figuras estereotipadas, el predominio de algoritmos sobre la problematización del objeto de evaluación, un nivel de comunicación básico en cuanto a su formalidad. Está presente el cambio de registro en las representaciones semióticas en situaciones similares aunque no se plantea, explícitamente, como indicador de aprendizaje. La atención a obstáculos epistemológicos resulta difusa y, en general, se manifiesta una valoración preferencial del aspecto instrumental. Sin embargo, esto no es general pues en algunas propuestas hay diversidad de figuras, atienden la exploración, la justificación y la comunicación sobre sus resultados. Varios entrevistados manifiestan un cuestionamiento acerca de las prácticas en función del perfil de egreso del estudiantado y, algo que no estaba previsto al inicio de esta investigación, es cómo la pandemia ha influido respecto de los espacios de trabajo y de la priorización de saberes a evaluar.

2. Antecedentes y Marco conceptual

El significado atribuido a la evaluación educativa a nivel de formación de docentes se constituye como gran campo de investigación y de discusión académica. La evaluación, integrada en los procesos de enseñanza y de aprendizaje puede ser analizada como portadora de significados y concepciones epistemológicas y didácticas sobre los contenidos abordados propios del profesorado que la lleva a cabo. Se entiende que la selección de unos contenidos en detrimento de otros, así como los criterios e instrumentos de evaluación empleados dan cuenta de una decisión fundamentada, más o menos consciente, con base en dichas concepciones.

2.1 Antecedentes

La presencia de los polígonos en las evaluaciones responde a distintos tipos de situaciones ligadas a las concepciones de quienes las diseñan. Pueden estar presentes en actividades de clasificación, relacionadas con la medida, conteo o generalización, modelizando situaciones de la vida real, planteando relaciones intrafigurales, construcciones con regla y compás o actividades en las que se admite el uso de otros instrumentos o dar motivo a diversas argumentaciones. La elección del contenido, como evidencia del posicionamiento del profesorado, se debe a la diversidad de aspectos que permite abordar y, consecuentemente, a la relevancia de la información que puede proporcionar acerca del mismo.

2.1.1. Problema de investigación

De lo antedicho surge la pertinencia de indagar al respecto para la definición del problema de investigación. El contexto institucional de referencia está dado, entre otros elementos, por el programa oficial de magisterio que, en geometría, para el curso de matemática I, presenta sintéticamente el contenido general polígonos y explicita lo relacionado a triángulos y cuadriláteros. No hay sugerencias sobre el tratamiento de los polígonos en clase, lo cual puede generar más diversidad en el lugar que cada docente le otorga.

Respecto a los exámenes, el Sistema Único Nacional de Formación Docente 2008 (ANEP, 2008) impone ciertos criterios pero también otorga algunas libertades para la implementación de los exámenes que dan lugar a un discurso complementario por parte de las salas docentes, tal vez tan diverso como las realidades institucionales. En la interpretación de esa valiosa diversidad es que se centra el problema de esta investigación.

¿Cuál es el discurso que emerge de las propuestas de examen de diciembre de 2018 en los institutos de formación docente de Uruguay en relación con los polígonos como objeto de enseñanza y de evaluación en la carrera magisterial? ¿Qué adecuaciones, priorizaciones y enfoques están presentes en la evaluación escrita final respecto al contenido polígonos? Se espera que dicha visibilización y análisis ayude a repensar, cuestionar e intervenir sobre las propias propuestas de evaluación y resulten útiles al plantear la matemática de referencia hacer matemático de referencia.

2.1.2. Objetivos

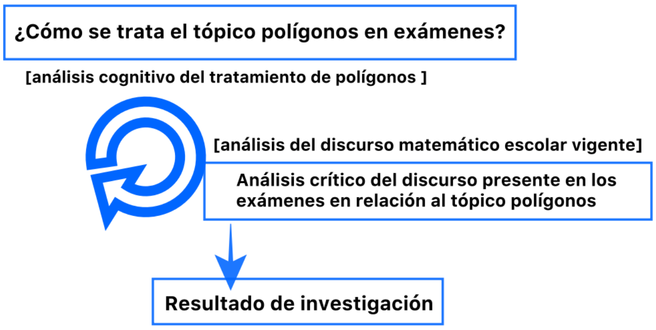
General:

Analizar el discurso acerca del contenido polígonos como objeto de evaluación, presente en las propuestas de examen de diciembre de 2018 correspondientes al curso de matemática I de la carrera de magisterio en Uruguay.

Específicos:

- Diferenciar el trabajo geométrico implicado en la resolución de las actividades propuestas.
- Analizar las relaciones discursivas y contextuales que inciden en la toma de decisiones del profesorado participante de este estudio.

Esquema de trabajo



2.1.3. Antecedentes de investigación

El Programa para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática (PMEM) investigó sobre la matemática en la formación inicial de maestros. En el año 2002 realizó el *Primer estudio de la situación de la enseñanza de la Matemática en Formación Docente a partir de propuestas de examen* y detectó una gran disparidad en las propuestas en cuestiones relativas a enfoques, contenidos, nivel de profundización y exigencia. A partir de lo relevado, implementó proyectos para generar espacios de estudio, discusión, reflexión y aprendizaje. En 2006, vuelve a analizar las propuestas de examen en la misma población, con la intención de detectar alguna variación en las propuestas con respecto a las de 2002, correspondientes a Plan 92, Reformulado 2000 y Plan 2005 de Formación de Maestros. Se constata una mayor problematización de los contenidos, mayor adecuación al nivel terciario y propuestas cuya cantidad de actividades pueden ser abordadas en el tiempo establecido para la prueba escrita (ANEP, 2007).

2.2. Marco conceptual

A efectos del análisis de las propuestas de evaluación de los aprendizajes del contenido polígonos, se ha optado por los aportes de Duval y Kusniak como referentes teóricos. Esos aportes, junto con algunos aspectos de los obstáculos epistemológicos, del discurso Matemático Escolar y del análisis crítico del discurso conforman el cuerpo conceptual para fundamentar los aspectos metodológicos que darán cuenta del objetivo del proyecto.

2.2.1. El enfoque semiótico de Duval

En el espacio institucional donde se desarrolla el presente estudio, de donde egresan quienes han de desempeñarse, mayoritariamente en la escuela pública, la teoría de Duval oficia de referente para la enseñanza de la geometría, tal como se plantea en documentos de apoyo para concursantes de magisterio (Ipar s/f).

Duval entiende que los objetos matemáticos solo son accesibles a partir de sus representaciones semióticas, lo que constituye un primer punto de diferenciación de carácter epistemológico con otras disciplinas. El autor introduce el concepto de registro de representación, estableciendo que no todos los sistemas semióticos se constituyen en registros; para ello es necesario que permitan la transformación de representaciones. Esa misma característica convierte las representaciones semióticas en un aspecto fundamental al momento de reflexionar sobre el aprendizaje y la enseñanza de los objetos matemáticos pues toda actividad matemática exige, necesariamente, la transformación de representaciones semióticas del objeto en cuestión. En este sentido, el tratamiento matemático está condicionado por el sistema de representación "porque el papel principal de los signos no es ponerse en lugar de objetos matemáticos, sino de proporcionar la capacidad de sustituir algunos signos por otros" (Duval, 2016, p. 63).

Por un lado, acceder a un objeto matemático implica la necesidad de identificarlo en sus distintas representaciones, y por otro, es esencial que el objeto matemático no sea confundido con dichas representaciones. Duval denomina a esta situación *paradoja cognitiva: "*¿Cómo puede el objeto representado distinguirse de la representación semiótica utilizada cuando no hay acceso al objeto matemático independiente de las representaciones semióticas?"(Duval, 2016, p.76). Las representaciones semióticas cumplen una doble función: permiten la comunicación y son herramientas que habilitan la producción de nuevos conocimientos.

Duval reconoce tres tipos de procesos cognitivos implicados en el aprendizaje de objetos geométricos, cercanamente conectados y cuya sinergia es cognitivamente necesaria para la competencia en geometría. Son los procesos de visualización, construcción y razonamiento relacionado con los procesos discursivos y que dependen, exclusivamente, de las proposiciones (definiciones, axiomas, teoremas) de los que se dispone. En este estudio, el objeto matemático polígono es el foco de la discusión, de modo que resulta sustancial el análisis de sus representaciones y el rol de dichos procesos.

La visualización es entendida como "la capacidad/acción de relacionar distintas representaciones de un mismo objeto matemático dándole sentido" (Duval, 1999) en (Gómez-Chacón, 2014, p. 8)

Desde el punto de vista cognitivo, ver incluye dos procedimientos distintos; por un lado el reconocimiento distintivo de determinada forma y por otro la identificación del objeto que se corresponde con ella. Muchas veces ambos procedimientos se dan en forma simultánea por lo que es difícil distinguirlos, en particular cuando hay un parecido entre la forma visual y la forma típica del objeto, así la identificación sigue inmediatamente al reconocimiento; a este mecanismo se le denomina de iconicidad y da lugar a la visualización icónica. Por el contrario, en la visualización no icónica, como es el caso de las figuras geométricas, la forma visual no se parece a un objeto conocido de la realidad. Por ello, el reconocimiento de esos objetos representados no puede depender exclusivamente de la distinción visual de las formas, sino de hipótesis que se dan y que van a ordenar también la mirada sobre las figuras, actividad cognitiva que Duval denomina producción discursiva de enunciados relacionados entre sí para justificar, explicar, demostrar. La posibilidad de visualizar una figura está directamente relacionada a la aptitud de trascender sus magnitudes para focalizar la atención en otros aspectos vinculados a su forma; la posibilidad de abstraer estas propiedades puramente cualitativas es lo que permite dar intervención a la intuición geométrica.

Este proceso requiere de su articulación con un razonamiento relacionado a los procesos discursivos. Esta articulación entre ver y decir pone en movimiento dos representaciones en forma simultánea y exige establecer correspondencias de contenido entre ambas representaciones, atender la forma en que se comprenden y organizan las unidades figurales en cada una de las representaciones.

Las figuras geométricas se caracterizan porque deben construirse empleando instrumentos que, por lo general, producen nuevos trazados asociados a una instrucción y a la movilización de propiedades geométricas en función del instrumento usado. “La construcción de configuraciones puede servir como un modelo en el que la acción sobre los representantes y los resultados observados están relacionados con los objetos matemáticos que estos representan” (Duval, 2001, p. 1) . El autor señala que la tarea a realizar determina el tipo de relación que establece el alumno con la figura, por lo cual uno de los aspectos a considerar en el presente estudio remite a los tipos de tareas propuestos en geometría. Duval las clasifica en función de dos aspectos: el tipo de actividad a llevar adelante por el alumno (reproducir una figura según un modelo, construir una figura, tomar medidas de una figura, describir una figura para que otro construya) y la modalidad de actividad pedida (concreta: utilizando material manipulable; de representación: limitándose únicamente a las producciones gráficas; técnica: aplicando instrumentos).

2.2.2. Paradigmas y Espacio de Trabajo de la Geometría (ETG)

En consonancia con la línea teórica presentada anteriormente, este trabajo se remite al modelo de Kuzniak, quien plantea la existencia de tres tipos de geometrías o paradigmas geométricos, provistos cada uno de un espacio de trabajo geométrico (ETG).

Kusniak (2003) propone aproximaciones coherentes de la geometría elemental - vista como una teorización del espacio - basadas en una explicación y un juego entre los paradigmas geométricos: Geometría I o natural (GI), Geometría II o axiomática natural (GII) y Geometría III o axiomática formalista (GIII), de modo que la actividad geométrica se realiza en un tránsito continuo entre los tres paradigmas.

La GI tiene como fuente de validación el mundo sensible. La deducción se realiza sobre objetos materiales con ayuda de la percepción y la manipulación de instrumentos. Es una primera abstracción de la realidad que utiliza esquemas como dibujos de la realidad y descripción de su funcionamiento. La deducción puede estar asociada al mundo sensible o a un plegado o movimiento virtual. El horizonte de esta GI es tecnológico.

En la GII, la validación se basa sobre leyes hipotético deductivas en un sistema axiomático lo más preciso posible, pero aparece el problema de la elección del sistema de axiomas y del lugar de la realidad. La sintaxis no está separada de la semántica y esta alude a la realidad. La axiomatización está en marcha como horizonte de la modelización, básicamente, es la Geometría desarrollada en la obra Elementos de Euclides.

En la GIII, relacionada con la aparición de las geometrías no euclidianas, el cordón con la realidad es cortado, su horizonte es lógico y formal, el concepto de espacio designa el conjunto de relaciones existentes entre los puntos, independientemente de su percepción. Una diferencia esencial con la GII es la completitud del sistema de axiomas.

Este trabajo remite, en particular, a los dos primeros paradigmas descritos, pues en ellos se enmarcan las prácticas docentes y el programa del curso de Matemática I de la carrera de Magisterio.

El concepto de ETG interviene al considerar la geometría elemental como el fruto de una interacción entre el individuo y un problema geométrico, abordado desde un paradigma (la geometría puesta en juego) que impone modos de aprehensión y tratamiento del problema. Kusniak propone articular un nivel epistemológico que da cuenta del objeto a estudiar y un nivel cognitivo que refiere al pensamiento del sujeto que resuelve la tarea. En el plano epistemológico intervienen tres polos:

Un espacio local y real (soporte material) que, en GI está constituido por objetos físicos y dibujos; en GII las figuras o configuraciones son los objetos de estudio; en GIII el espacio está constituido por puntos, rectas y planos cuyas relaciones son explicitadas por el modelo.

Los artefactos (regla, compás , software) constituyen la faz más visible para el alumnado. En GI la medida puede intervenir, no en la GII. La introducción de instrumentos informáticos ha modificado los artefactos y ha creado nuevos espacios de trabajo.

El referente teórico como referente de lo empírico solo cobra real sentido en relación con definiciones, propiedades y relaciones. La GI mantiene, al menos en la práctica elemental, una referencia confusa a la noción de modelo. En GII se trata de un modelo abstracto que resulta de una modelización por esquematización e idealización del mundo real del que da cuenta lo más fielmente posible. En GIII hay un modelo preexistente, representación material o virtual destinada a dotar de sentido a un sistema de axiomas; el modelo lo aclara y favorece, eventualmente, el desarrollo de la teoría.

Registros semióticos y ETG

Desde el enfoque de Kusniak, más que distinguir dibujo de figura, se la asocia al paradigma de referencia. En GI, se trata de un dibujo o figura geométrica real que, en el contexto es interpretado de modo geométrico (no artístico ni físico) pero los trazados tienen espesor, en los útiles interviene la fricción, el desgaste, las imperfecciones y los fracasos. En GII, la figura no existe sin un texto que la defina y fije sus límites. El único objeto físico es el dibujo, pero controlado por la definición, como lo formula Fischbein (1993, citado en Kusniak 2003) que introduce la idea de concepto figural. En GIII, la figura es una reificación de una idea abstracta asociada a un subconjunto de puntos del espacio. El cambio de estatus de figura es uno de los puntos más visibles de la evolución del ETG.

La relación con el componente cognitivo, o sea la comprensión de los signos y objetos por parte de un sujeto, se explica mediante una adaptación del enfoque semiótico de Duval, al considerar la puesta en juego de los procesos de visualización (relativo a la representación del espacio material y soporte), construcción (que depende de los instrumentos utilizados y las configuraciones geométricas en juego) y un razonamiento discursivo (que produce argumentaciones y pruebas) (Kuzniak y Richard, 2014).

El objeto de la aproximación cognitiva de Duval es precisar la gestión de la interacción entre lo espacial y lo teórico. Introduce un juego entre los registros de representación semiótica que son el registro figural y el registro discursivo. El conocimiento del juego entre ambos corresponde a la GII. Una aproximación cognitiva puede superponerse al ETG como resultado de una reorganización de los procesos cognitivos asociados a componentes del ETG así como el conjunto de figuras seleccionadas o la variación del soporte material (Fregona,1995 en Kusniak, 2003) habilitan el pasaje de la GI a la GII.

La selección y organización de las tareas propuestas se relacionan con el ETG personal del profesorado y son esenciales en la constitución de un ETG idóneo, al ofrecer la posibilidad de resolverlas adecuadamente, conforme a las expectativas institucionales.

Este tipo de caracterizaciones sobre el rol de los ETG y los paradigmas vigentes son los referentes para el análisis de las propuestas de examen escritas y el discurso de sus autores.

Trabajo geométrico

La naturaleza del trabajo matemático, en particular el geométrico, viene dada en torno a tres tipos de interacciones: el primero privilegia la exploración y la identificación donde prima la intuición y la experimentación; el segundo desarrolla el razonamiento matemático fundado en la justificación de los descubrimientos y el último, orientado a la comunicación de los resultados, está asociado a explicar y presentar. (Kuzniak y Richard, 2014).

2.2.3. Sobre los obstáculos

Otro aspecto a considerar en este trabajo es la presencia de elementos que den cuenta de obstáculos, tal como los entiende Brousseau (1976): Un obstáculo se manifiesta por errores que no son debidos al azar, sino fugaces, erráticos, reproducibles, persistentes. Están ligados entre ellos por una manera de conocer antigua y que ha tenido éxito en todo un dominio de acciones, resisten, persisten, se manifiestan mucho tiempo después que el sujeto ha rechazado de su sistema cognoscitivo consciente el modelo defectuoso. Un conocimiento, como un obstáculo, es siempre el fruto de una interacción del alumno con su medio y es inevitable que desemboque a concepciones *erróneas*. De todos modos, estas concepciones son comandadas por las condiciones de la interacción que uno puede más o menos modificar y que constituyen el objeto de la didáctica. Para lograr un aprendizaje significativo, es necesario confrontar al estudiante con la insuficiencia de sus argumentos y las contradicciones en que incurre, mediante situaciones didácticas diseñadas con tal propósito, cuya presencia es objeto de análisis en el discurso del profesorado.

La visualización icónica (Duval, 2016) constituye un obstáculo para el aprendizaje de la geometría: existe un parecido entre la forma reconocida en un trazado y la forma característica del objeto que se va a identificar y supone el conocimiento de una forma tipo para cada objeto geométrico, asociada a un nombre que permite evocarla y que le confiere el estatus de objeto. Por ejemplo, se mantiene cierta proporción entre largo y ancho del rectángulo, los triángulos suelen representarse acutángulos isósceles. Las propiedades que no están directamente relacionadas con el contorno característico de una forma quedan fuera del campo de la identificación cuando no se las menciona explícitamente. Por ejemplo, las propiedades relacionadas con las diagonales de los cuadriláteros notables o las rectas que incluyen alturas del triángulo obtusángulo.

Bohorquez et alt (2009) analizaron, en estudiantes de nivel terciario, la concepción acerca de la simetría como obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría, relacionada al uso preferible de figuras simétricas en el análisis de los problemas propuestos, figuras relacionadas a un orden estético y problemas más fáciles de resolver.

Dicho uso obedece a que la simetría constituye una herramienta para resolver problemas, debido a la cantidad de propiedades que involucran, pero cuando se trata de propiedades generalizables a conjuntos más amplios de figuras y no solo las simétricas, estas comienzan a constituirse en un obstáculo. Es el caso de utilizar una figura de análisis particular para probar una propiedad general, al asumir elementos de la figura dibujada que no corresponden a la figura del problema planteado. Los cuadriláteros suelen restringirse a trapecios equiláteros (simetría axial), paralelogramos (simetría central) o rectángulos y cuadrados (simetría axial y central) y los polígonos de mayor número de lados, a los regulares y convexos.

En las construcciones geométricas con regla y compás está presente permanentemente la simetría: trazado de circunferencias, mediatrices, bisectrices, etc. y los problemas que involucran figuras simétricas son, por lo general, más fáciles de resolver que aquellos que se refieren a figuras asimétricas. Para enunciar y demostrar proposiciones aplicables a todo tipo de triángulo, o a todo tipo de cuadrilátero, y no sólo a un conjunto reducido de ellos, la simetría deja de ser deseable y adecuada, y comienza a convertirse en un obstáculo.

Los obstáculos didácticos provienen de dificultades que se originan en la enseñanza, por ejemplo cuando el diseño del currículo impide dar un salto conceptual o superar el obstáculo epistemológico que se debe dar porque es fundamental para adquirir el nuevo conocimiento; y un error conceptual es una noción falsa que se enseña, precisamente, para evitar el salto conceptual, y que distorsiona el concepto. Las palabras inadecuadas impiden dar un nuevo significado a las palabras técnicas que se usan en grados posteriores y una noción falsa impide construir el significado matemático del concepto y dar el salto conceptual.

No puede ignorarse la importancia de la memoria de las circunstancias del aprendizaje y, por lo tanto, debe ser parte de la responsabilidad del profesor. Esto porque los obstáculos epistemológicos no residen en la formulación de los conocimientos institucionalizados sino en las representaciones que el estudiante (y a veces el profesor) utiliza para asegurarse el conocimiento y la comprensión de los conocimientos (Barrantes, 2006).

2.2.3. El análisis del discurso matemático escolar

Reyes y Cantoral (2014) entienden que el estudio de la naturaleza del saber matemático y la posterior problematización del mismo son requisitos para adueñarse y lograr un cambio significativo en la propia práctica docente y tomar decisiones sobre las acciones didácticas. Importa favorecer la validación de las distintas argumentaciones, la emergencia de las diversas racionalidades contextualizadas, el carácter funcional del saber, una resignificación progresiva con varios marcos de referencia, considerando las prácticas sociales como base de la construcción del conocimiento cuya racionalidad depende del contexto donde se usa y cobra significado. Su validez es relativa al individuo o al grupo, ya que de ellos emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones, lo cual dota a ese saber de un relativismo epistemológico. Al evolucionar e interactuar con los diversos contextos, esos saberes se enriquecen con nuevos significados. Por su parte, el profesorado puede problematizar el saber, a partir de la introspección, la mirada del que aprende y los usos que este saber posee en la cotidianeidad, apoyándose en las discusiones, reflexiones colectivas e investigaciones sobre la epistemología del saber. Los autores plantean la necesidad de rediseñar el discurso Matemático Escolar (dME) con el fin de que los aprendizajes se basen en la construcción social del conocimiento y que los docentes dispongan de espacios de reflexión y cuestionamiento de los saberes que les permitan potenciar y acompañar dichos aprendizajes.

La investigación sobre el dME resulta importante al analizar el conocimiento matemático institucionalizado. En este estudio se restringe al que es evaluado en las propuestas de examen para la acreditación del curso, supuestamente coherentes al tipo de planteamientos realizados durante el mismo. El tipo y naturaleza de situaciones propuestas no es arbitraria sino que depende de varios factores como la perspectiva del tribunal evaluador sobre qué significa aprender matemática en este nivel, la orientación del programa correspondiente, los textos de referencia, los acuerdos institucionales, lo que se prioriza, el modo en que se ha trasmitido al alumnado, las explicaciones y argumentos que han contribuido a fortalecer los conceptos a través de ejemplos y recursos para favorecer los aprendizajes. Este trabajo se propone, a partir de la propuesta de evaluación, identificar posibles resignificaciones y problematizaciones sobre los polígonos en el grupo social de referencia.

2.2.4. El análisis crítico del discurso

En consonancia con la idea de construcción social del conocimiento, esta investigación fundamenta el análisis del discurso en la teoría de Van Dijk, específicamente en la triangulación entre discurso, cognición y sociedad. La dimensión discursiva está en los textos escritos, orales, las narraciones, argumentaciones, etc, situados en diversos contextos como prácticas sociales, de modo que el discurso oficia de acción social y corresponde a una determinada estructura cognitiva de quienes participan en dicho acto. Producir o comprender un texto requiere de la construcción de un modelo mental en base a la experiencia personal. El conocimiento es una representación subjetiva del entorno, lo que se dice es la punta del iceberg y su base es el modelo mental, donde se aloja lo implícito del discurso, que incluye el modo de comunicación apropiado a la situación de comunicación (V. Dijk, 2013).

El discurso didáctico, complejo y diverso (libros de texto, exámenes, discurso oficial, diálogos en el aula), ha de describirse explícitamente en sus contextos sociales y culturales, considerando el papel fundamental de la cognición social (conocimiento, actitudes, ideologías).

> Puesto que mi trabajo actual se puede denominar también "crítico" por su especial interés en combinar la teoría, la descripción y las intervenciones activas frente a la desigualdad social, este planteamiento constituye también una propuesta para llevar a cabo un análisis crítico del discurso. (Van Dijk, 1997, p.2)

El marco para un estudio adecuado del discurso se puede resumir en tres conceptos principales- discurso, cognición y sociedad - cuyas interrelaciones se representan con un triángulo cuyos vértices son cada uno de dichos conceptos. Discurso indica lenguaje, uso lingüístico, interacción verbal y comunicación. Cognición incluye el aspecto social, individual, pensamiento, emoción, tanto representaciones de la memoria como procesos mentales. Sociedad se entiende tanto en el micro como en el macronivel, incluyendo la política y la cultura.

> La base del triángulo va desde la microestructura del habla y del texto tomados como interacción social, hasta la contextualización social y las funciones del uso lingüístico, lo que implica también a los participantes en el discurso como actores sociales y los contextos, las localizaciones y estructuras sociales. En este sentido, el triángulo efectivamente debe verse como algo con base y con raíces en la sociedad, que adquiere su relevancia empírica gracias a las actividades relevantes de los actores sociales […] La cognición se representa como la cima del triángulo, que aparentemente supervisa, regula y actúa como mediadora entre la sociedad y el discurso[…] aspectos mentales que han de hacerse explícitos en el plano cognitivo: significado, funciones, comprensión, intenciones e intencionalidad, conocimiento y muchos otros aspectos del discurso entendido como acción e interacción en la sociedad tienen que explicarse en este nivel de la cima (Van Dijk, 1997, p.3).

El discurso es lo que la gente dice y hace, como individuo y también como actores sociales en tanto que miembros de categorías sociales (hombres, mujeres, viejos, jóvenes, negros, blancos), de grupos (conservadores, racistas) o de instituciones u organizaciones (sindicalistas, médicos, pacientes, periodistas, profesores) que pueden representar funciones típicas como enseñar, legislar o extender prejuicios étnicos, o relaciones de poder, de conflicto, de competencia o de cooperación entre los grupos. Puesto que los modelos mentales determinan la comprensión, han de tener cosas en común que les permitan entenderse; así, gran parte del discurso pedagógico y académico, de la argumentación y de la propaganda se centran en representaciones sociales de carácter general: pretenden enseñar saberes o persuadir a la gente formando o cambiando sus actitudes sociales. Enseñantes y estudiantes son participantes sociales concretos en una institución, y para entender el discurso y las cogniciones de la enseñanza y del aprendizaje hay que considerar los detalles de los muchos contextos implicados en la educación, y cómo el contexto se relaciona con el discurso.

Se aplica dicha teoría al ámbito concreto de la matemática escolar a nivel de formación magisterial donde cada docente formula su propio discurso con cierta intencionalidad, en vista a objetivos concretos, de modo que incide en la construcción de las subjetividades del estudiantado magisterial y, consecuentemente, en la sociedad donde actúa.

La formulación del discurso es una acción social con una intencionalidad específica y las relaciones entre discurso y sociedad son organizadas por el poder social, que usa persuasión directa o mecanismos sutiles para imponer sus creencias a quienes no tienen otras fuentes de información u opinión que les permita diferir de aquellas. La contrapartida del poder social son las ideologías que establecen vínculos discurso-sociedad en tanto representaciones mentales compartidas por un grupo.

3. Metodología

La metodología, en tanto proceso de articulación y ajuste permanente, requiere una dimensión teórica consistente entre los principios ontológicos y epistemológicos, un cuerpo conceptual de base, el referente empírico documentado que involucra el proceso y las condiciones de su análisis; las preguntas de quien investiga requieren un conocimiento del campo problemático y sus antecedentes, de modo que el referente empírico participa, junto con el referente teórico y las preguntas, en la construcción híbrida del objeto de estudio (Buenfil, 2011).

Se ha optado por el análisis crítico del discurso (ACD) como metodología propia de la teoría de Van Dijk:

> El ACD es más bien una perspectiva, crítica, sobre la realización del saber: es, por así decirlo, un análisis del discurso efectuado “con una actitud”. Se centra en los problemas sociales, y en especial en el papel del discurso en la producción y en la reproducción del abuso del poder o de la dominación [...] desde una perspectiva que sea coherente con los mejores intereses de los grupos dominados. (Van Dijk, 2003, p. 144)

Es una herramienta que permite desentrañar las intencionalidades de los grupos involucrados en las situaciones sociales que se analizan. En este caso, es la transición de los polígonos como saber sabio a los polígonos como saber escolar, situación en la cual las prácticas docentes se diferencian por sus intencionalidades. Se trata de comprender cómo y por qué el concepto de polígono se introduce, reproduce y perpetúa en los programas de magisterio, y por qué los profesores lo implementan de una manera determinada. Analizar el discurso desde esta perspectiva da cuenta de los procesos de institucionalización de un conocimiento matemático que luego será trasmitido a las generaciones venideras o puede entrar en conflicto con otros discursos escolares. Se busca así una lectura explicativa, a la vez que interpretativa, de este discurso en el contexto matemático magisterial.

Acorde a la selección de esta herramienta metodológica, el objeto de estudio es el discurso del profesorado del curso de matemática 1, correspondiente a la carrera de magisterio, trasmitido a través de una propuesta escrita de geometría en el examen del período noviembre-diciembre de 2018 .

3.1. Población

El referente empírico, o sea la porción de lo real que se quiere conocer, es construido en la interacción entre informantes e investigadoras, quienes han tomado una decisión que contempla los ámbitos y actores que abarca, la materia prima que transformará en material utilizable para la investigación (Guber, 2004). Se ha optado por analizar las propuestas escritas de todos los institutos públicos de formación de maestros del país, correspondientes al período noviembre-diciembre de 2018, a efectos de obtener información a nivel nacional y por considerar que la cantidad (veintitrés documentos) es apropiada al tiempo y recursos disponibles y a los objetivos de la investigación. El registro escrito permite un trabajo de análisis independiente del tiempo y espacio donde se realizó el examen. La selección de la fecha del examen propuesto responde a su proximidad en el tiempo, de modo que resulte. representativo de una postura actualizada y que sea fácilmente recuperable.

3.2. Técnica de recolección de datos

Se utilizaron técnicas y herramientas de recolección de datos acordes al corte interpretativo de este estudio: la propuesta escrita correspondiente al período seleccionado y una entrevista en profundidad a una muestra del profesorado responsable de dicha propuesta.

En primer lugar, se informó a cada instituto sobre la investigación y se solicitó el nombre del profesorado de matemática 1 correspondiente al año 2018. Por otra parte, el acceso a las fuentes personales y documentales depende notablemente de la habilidad para penetrar en las rutinas cotidianas y en los contextos de acción, por lo que resultó necesario un primer acercamiento a cada docente, ya sea directamente o a través del instituto donde trabaja, a efectos de informar sobre el propósito de la investigación y su disponibilidad para proporcionar la documentación necesaria. Esto es factible tanto por las vías de comunicación disponibles (correo electrónico, teléfono personal o institucional, WhatsApp) como por la relación de colegas con las investigadoras. Se obtuvieron 21 propuestas de las 23 solicitadas; una no pudo ser recuperada por problemas técnicos del profesor y otra no fue enviada.

Para la selección de quienes serían entrevistados se tuvo en cuenta - a partir de datos previamente relevados en los documentos escritos – que, en sus propuestas apareciera diversidad de datos relevantes para la confrontación con los indicadores de análisis, que hubieran generado nuevas interrogantes en las investigadoras y también el haber manifestado, en algún caso, interés en explicar su propuesta. Complementariamente, se consideró que los institutos donde se desempeñan estuvieran ubicados en diferentes regiones geográficas del país (metropolitana, noreste, litoral norte, litoral sur, centro), en capital departamental o no. Se realizaron seis entrevistas.

La entrevista de investigación es una conversación entre informante y entrevistadora quien la dirige y registra, con el propósito de favorecer la producción de un discurso conversacional, continuo y con una cierta línea argumental. La entrevista no directiva solicita indicios para descubrir los accesos al universo cultural de quien responde; quien pregunta no otorga a ninguna de las respuestas mayor importancia de antemano, formula preguntas abiertas que se van encadenando en el mismo discurso hasta configurar una base sobre la cual puede reconstruir el marco interpretativo de quien informa y promueve la asociación libre, derivando en una asimetría de producción discursiva a favor de su interlocutor (Guber, 2001). Si bien no habilita generalizaciones, es posible la formulación de aserciones que indican tendencias y/o sirven de parámetros comparativos. De este modo se obtuvo información pertinente a las preguntas planteadas, de acuerdo a los objetivos de la investigación: el trabajo matemático implicado en la evaluación, los paradigmas que las sustentan, la relación con el perfil de egreso del estudiantado.

3.3. Estrategias de análisis

Se realizó una ida y vuelta de la teoría a los datos y a los conceptos que fueron emergiendo de los mismos en búsqueda de patrones interpretativos, tanto en los documentos escritos como en los relatos, a efectos de establecer indicadores para la construcción de categorías de codificación acordes a los objetivos de investigación. Las categorizaciones definitivas que se listan a continuación constituyen el producto complementario a partir de las preguntas iniciales y de aquellas respuestas generadoras de nuevas interrogantes y de nuevos conceptos, en contrastación con la teoría:

Redacción de la consigna
Tipo de tareas
Qué es construir
Uso de las representaciones

A partir de estas categorías, se construyó una herramienta específica para el análisis que contempla los diversos aspectos del marco teórico a través de los respectivos indicativos. En principio, fue estructurada para el análisis de los aspectos geométricos en las producciones escritas y fue extrapolado a la guía de entrevistas.

Instrumento para el análisis del discurso presente en las propuestas de examen

Categoría 1- Redacción de la consigna

indicativos	
lenguaje	verbal o simbólico o mixto
coherencia	con el resto de la tarea
instrucciones	cantidad - encadenamiento de instrucciones que conforman la consigna
herramientas	petición expresa de útiles (ej. compás) o propias de la geometría (ej. lugar geométrico)

Categoría 2- Tipo y modalidad de actividades

indicativos
construir
argumentar
comunicar
definir
clasificar
articuladas o no

Categoría 3- Qué es construir

indicativos	
tipo de construcción	directa - aplicación
se habilita o no un instrumento	
relacionado con qué es hacer geometría	

Categoría 4- Uso de las representaciones

indicativos
tipo de representaciones
simetría y figuras prototípicas
tránsito entre registros
como ilustración, complemento o dato
articulación semiótica

Aspectos generales

Qué caracteriza la geometría en los exámenes
tipo de polígonos
tipo de contexto
adecuación a la carrera magisterial

Se configuró un documento conteniendo todas las propuestas de examen recibidas (identificadas como P1, P2,...P21); se hicieron cuatro copias para identificar, en cada una, evidencias acordes a los indicadores de cada categoría. Por otra parte, se transfirió esta información a tablas que conjugan cada categoría con el total de propuestas analizadas. Se trabajó en documentos colaborativos de Google Drive. A partir de este análisis primario, se elaboraron preguntas orientadoras para las entrevistas, incluyendo alguna pregunta específica sobre cuestiones relevantes que se presentaron aisladamente.

Una vez avalada la guía de entrevista por la tutora del equipo, se acordaron los encuentros, se realizaron y grabaron vía zoom. Se utilizó la desgrabadora en línea *chequeado,* a fin de intervenir sobre el discurso, en formato texto, en base a las categorías de análisis. Se identificó cada entrevista como E1, E2,...E6.

Como rasgo distintivo del enfoque etnográfico, a efectos de la validación, se consideró fundamental la estrategia de triangulación de datos obtenidos de los distintos docentes, de las distintas técnicas, de la relectura de tablas, notas y referentes teóricos, así como las orientaciones de la tutora.

Sobre la apertura o limitaciones de este estudio, se considera que, si bien se analizaron propuestas de un período del año 2018, al realizarse las entrevistas durante el presente año, 2020, la información obtenida trasciende dicho período, habilitando una mirada a la distancia sobre la propia propuesta de examen. Por otra parte, un examen es responsabilidad de un tribunal integrado por tres docentes, uno de los cuales ha dado respuesta a las cuestiones planteadas en la investigación, por lo cual puede o no coincidir con el discurso de los colegas.

4. Hallazgos

La investigación que en este trabajo se reporta permitió dilucidar cómo se plantea el contenido polígonos en las propuestas de examen de estudiantes magisteriales, qué supuestos epistemológicos y cognitivos sobre la geometría que se enseña subyace a las manifestaciones discursivas de los sujetos involucrados en el estudio.

Se presentan los hallazgos de la investigación, integrando las evidencias del análisis documental y de las entrevistas a la luz de los referentes teóricos citados.

Se considera un hallazgo, además de los concernientes a los objetivos de esta investigación, la producción del instrumento para el análisis del discurso, por su originalidad y por su valor de versatilidad y adecuación a otros propósitos de estudio, como recurso metodológico. Se comentará entonces al respecto hacia el final de este reporte.

4.1. Redacción de las consignas

El marco teórico en el que se sustenta la presente investigación da cuenta de la importancia atribuida a la producción de enunciados y la visualización en el aprendizaje de la geometría por la especificidad y complejidad del funcionamiento cognitivo. ¿Cómo se atiende este aspecto en las propuestas de examen?

Tipo de lenguaje

El lenguaje verbal se emplea en geometría en relación a definir, enunciar propiedades, deducir teoremas a partir de otras propiedades, comunicar un algoritmo de construcción, entre otros.

En las propuestas analizadas se recurre al lenguaje verbal natural para la redacción de las consignas ya sea en forma exclusiva o combinado con el simbólico, tal como se muestra a continuación:

evidencia 1

> El cuadrilátero EFGH está inscrito en la circunferencia de centro P.
>
> El segmento GE es un diámetro de la circunferencia.
>
> Los ángulos EGF y GEH miden 40°.

> **a)** Construir un trapecio isósceles de bases $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$, de modo que: $\overline{DC} = 6cm, h_{\overline{DC}} = 4cm$ y $\hat{C} = 70°$

evidencia 2

Solo seis de veintiuna propuestas incorporan el lenguaje simbólico, manteniendo, además, la coherencia entre ambos tipos de lenguaje. La información que se brinda en estos casos es novedosa con respecto al resto de la consigna y evita así un texto redundante.

A partir de las entrevistas es posible ensayar dos explicaciones a la escasa presencia del lenguaje simbólico en las consignas: poca relevancia que se le otorga y allanar la comprensión por parte del estudiantado:

> […] muy poca (importancia), lo que nos interesa es que las explicaciones se entiendan […] no se exige que los alumnos utilicen ni tampoco lo utilizamos nosotros en las propuestas […] en mi caso tampoco lo uso mucho en los cursos. [E6]
>
> […] tratamos sí que el lenguaje, el uso de símbolos se vaya incorporando pero en las propuestas de exámenes tratamos que no para que la comprensión no tenga ningún obstáculo [E2]
>
> […] en lo particular trato de que me quede más tirando a formal sin que sea tanto el obstáculo de la formalidad [E5]

Ninguna de las propuestas está redactada en un lenguaje exclusivamente simbólico. Su uso no constituye un fin en sí mismo sino que está relacionado a la eficiencia y a la claridad, como es el caso de brindar información sobre medidas correspondientes a longitudes o amplitudes angulares (evidencia 2).

Coherencia

El empleo predominante del lenguaje verbal, con alguna incursión en el simbólico, en estos casos como auxiliar, determina que se logren consignas coherentes, en el sentido de que aportan la información que se procura dar en forma pertinente.

Instrucciones

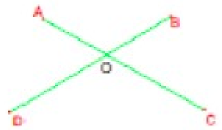
La cantidad de instrucciones que conforman la consigna varía en las distintas propuestas, algunas se componen de hasta cuatro:

a) Calcular las medidas de amplitud de los ángulos interiores del triángulo DCE. **(0,5ptos)**
b) Considerando las rectas AB y FD cortadas por la recta BE, pintar con rojo el ángulo correspondiente del ángulo DCE e indicar su medida de amplitud. **(0,5ptos.)**
c) Considerando las rectas AF y DE cortadas por la recta FD, pintar con azul el ángulo alterno interno del ángulo CDE e indicar su medida de amplitud. (0,5 ptos)
d) Calcular, justificando, la medida de amplitud del ángulo ABC, del ángulo BCF y del ángulo BAF. **(1,5ptos.)**

evidencia 3

evidencia 4

1) Sean AC y BD dos segmentos de igual longitud. La distancia entre A y D es la misma que la distancia entre B y C.
a) Demuestra que los triángulos $\overset{\Delta}{ACD}$ y $\overset{\Delta}{BCD}$ son iguales.
b) Demuestra que el triángulo $\overset{\Delta}{OCD}$ es isósceles.
c) Si el ángulo $\widehat{COD}$ mide 100º, calcula los ángulos $\widehat{DCO}$ y $\widehat{OAB}$.
d) Clasifica el cuadrilátero $ABCD$ y justifica.



En ambos casos la consigna está secuenciada en distintas instrucciones que responden a la intención de orientar al alumnado en su razonamiento y la resolución del punto d) en las evidencias 3 y 4 depende de los pasos anteriores. Pero difieren en que, en el primer caso, el estudiante es guiado en los razonamientos que debe realizar y las propiedades que debe poner en juego mientras que en el segundo, si bien el razonamiento está concatenado, el alumnado debe decidir por su cuenta cuáles son las propiedades y relaciones que debe aplicar.
Respecto a la evidencia 3, la secuenciación de la consigna en distintas instrucciones responde a la intención de orientar al alumnado en su razonamiento:

> […] ayudarlos a que reconozcan esos ángulos para luego usar la propiedad de los ángulos con esos nombres entre paralelas y es esa idea porque[…] si poníamos calcular "de una" no ven las propiedades que se pueden aplicar [..]por eso lo pintará.[E2]

En las siguiente evidencias,

2) a) Construir un rombo EFGH, sabiendo que sus diagonales miden 6cm y 8 cm. Explica y justifica tu construcción. **b)** Calcula su perímetro y su área.

evidencia 5

1-a) Construye un triángulo isósceles ABC sabiendo que uno de sus lados mide el doble que otro y que el lado AB mide 4cm.
b)Describe la secuencia de la construcción.
c)Calcula el perímetro y el área del triángulo ABC construido en la parte a).
d)Analiza cantidad de soluciones posibles.

evidencia 6

la secuenciación responde al orden propio en que se realiza la actividad, pero en la número 6, la última parte puede llevar a repensar la primera, si no se analizaron todos los casos. Así, desde la consigna, se va realizando un cierto andamiaje para que el alumno concrete un proceso de autorregulación durante su trabajo de producción. Si, en la parte a) únicamente considera el triángulo que verifica la desigualdad triangular, las partes b) y c) no le generarían ningún conflicto, desestimando el análisis de otras posibilidades en la parte a)

Evidencias de una única instrucción son la número 2 y 7

evidencia 7

1- *Construye (con regla y compás) un triángulo ABC / AB=5cm;* $\hat{B} = 105^0$ y $m_{AD} = 4cm$.

Si bien es única, el trazado requiere de un proceso cognitivo de relacionamiento entre la utilización de LG (circunferencia, mediatriz, bisectriz), el concepto de mediana y la secuenciación algorítmica necesaria.

Herramientas

Se considera, por un lado el uso de instrumentos de trazado y/o medición y, por otro el uso de herramientas propias de la geometría como los lugares geométricos en juego.

En ocho de las veintiuna propuestas se indica expresamente el uso de instrumentos, en el 75 % de las cuales se señala expresamente que deben ser regla y compás y se constituyen así en actividades de modalidad técnica. Es posible concluir, a partir de las entrevistas posteriores, que parte del contrato didáctico instituido durante el curso, determina el uso de instrumentos al momento de construir, aun cuando los mismos pueden quedar a elección del estudiante.

Para algunos docentes, el uso de regla y compás es imperativo y está explícito en la consigna de trazado como se muestra en la evidencia 8 . Se relaciona con el uso de LG,

evidencia 8

Construye, usando solo regla y compás:

a) un triángulo MNP en el cual $\overline{MP} = \overline{MN}$ = 6cm y P$\hat{N}$M = 22°30'. Escribe el programa de la construcción. Calcula la amplitud de sus ángulos. Traza la altura correspondiente al vértice P.

Exige al estudiante recurrir al concepto de mediatriz de un segmento para trazar un ángulo recto y al de bisectriz de un ángulo para concretar el solicitado de amplitud 22°30'.

En el ámbito de algunas salas docentes está planteada la discusión sobre algunas cuestiones que hacen al trabajo a matemático y que en definitiva remiten a la epistemología que vive tras las prácticas educativas en el aula:

> […] eso estaba en las bases, las construcciones con reglas compás, pero hemos tenido este año algunas discusiones con nuestros colegas y qué tan importante es eso. No sé si está bien usar bien la escuadra y sabe usar bien el semicírculo, no sé qué problema habría, por qué tanta cosa […] yo le daba demasiada importancia me parece.[E5]

Esta variable es tenida en cuenta en relación al devenir histórico de los conceptos y a la exactitud del producto obtenido, lo cual deja de manifiesto la naturaleza del conocimiento matemático y, en consonancia, su validación, con un fuerte correlato del mundo sensible. Se evidencia así el ida y vuelta que se da entre los paradigmas GI y GII durante la resolución de problemas geométricos, siendo difícil separarlos pues ellos no son opuestos sino complementarios.

4.2. Tipo y modalidad de actividades

Analizar las actividades planteadas en las distintas propuestas de examen supone distinguir, por un lado, el tipo de tarea que se solicita al estudiantado, o sea que, al brindar el modelo de una figura se puede solicitar reproducirla o construirla o tomar medidas o describirla.

En las propuestas, el tipo de tareas involucradas presentes son: construir, producir un proceso discursivo - ya sea tendiente a comunicar un algoritmo de construcción, a producir un razonamiento deductivo para justificar una propiedad o para tomar una decisión al momento de construir - definir y clasificar. Se presentan, a continuación, algunos aspectos referidos a las tareas solicitadas:

Construir

Este proceso se encuentra presente en prácticamente todas las propuestas con excepción de dos, siendo representativas las evidencias 5 y 6. Se constituye en una modalidad técnica con o sin indicación explícita de los instrumentos específicos a utilizar (como ya se registró en el indicativo uso de instrumentos) y la relevancia de este punto radica en que condiciona el proceso cognitivo involucrado.

La complejidad de este tipo de tarea es variable:

evidencia 9

> 2- a) Construir un triángulo ABC con regla y compás si AB = BC= 6cm y B = 135 °

En la evidencia 9, es suficiente aplicar el concepto de triángulo y un algoritmo de trazado. En cambio, otras requieren realizar previamente deducciones a partir de los datos presentados como se muestra en la evidencia 10

evidencia 10

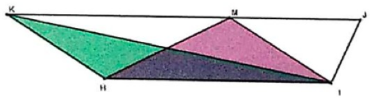
> 3-a) Construir con regla y compás un paralelogramo ABCD si se sabe que:
> -AC es perpendicular a BD
> - Su perímetro es 24cm
> - AC = 4 cm.
> b) Caracterízalo.
> c) Calcula su área.

Se amplían aspectos relacionados al construir en la categoría 4.3.

Argumentar

En este indicativo se distinguen claramente dos circunstancias: aquellos razonamientos deductivos que procuran justificar una propiedad:

evidencia 11



Sabemos HIJK es un trapecio, entonces:

$\overset{\triangle}{HIM}$ y $\overset{\triangle}{HIK}$ tienen igual área

Otros razonamientos están destinados a tomar una decisión al momento de construir. La serie de decisiones que se toman transparentan las propiedades que circulan y acompañan el proceso; la pareja figura-discurso da testimonio del paradigma que prevalece (GII) tal como se muestra en la evidencia 12:

> 2) Construye las siguientes figuras:
> a. Un paralelogramo sabiendo que uno de sus lados mide 6 cm, la altura correspondiente a lado anterior mide 4 cm y una de sus diagonales mide 7 cm. Registra el algoritmo de construcción.

En este caso, arribar a la figura solicitada implica poner en marcha dos lugares geométricos: circunferencia, en relación al dato dado de la medida de la diagonal y la unión de paralelas a partir del dato de la altura conocida del paralelogramo. Aquí la producción discursiva del estudiante daría cuenta, por un lado, de aspectos inherentes a la comunicación como denotar y comunicar, pero también en el plano matemático, del trabajo con los objetos matemáticos mencionados.

Queda en evidencia la importancia y jerarquía de un proceso discursivo que persiga específicamente la puesta en escena de argumentaciones y pruebas en la propuesta de evaluación:

> […] lo que hacemos es dar la oportunidad al que estudió y sabe, reproducir y también después dé un pasito más allá del cálculo, que tiene que ver directamente con el razonamiento […] en principio es esto lo que una espera, cierta capacidad deductiva y la posibilidad de explicar ese razonamiento deductivo de algún modo. […] todo lo que implique razonamiento lo valoramos más, pero también le damos algún valor especial a ese tipo de cosas que es nada más que mostrar. […] en principio, cuando uno habla, ellos ya traen ideas de triángulos, la clasificación, ese tipo de cosas sabe, lo que ha pasado es que en primaria aprenden básicamente qué es, un concepto, luego una lección, hay como un gran vacío del razonamiento[…]después aparece en el instituto como una cosa nueva, totalmente nueva y lo que tratamos es poner énfasis en algunos procesos de razonamiento [E2]

En cualquier caso, independientemente del objeto sobre el que recae la argumentación, queda en evidencia la importancia dada a la misma y que muestra la forma de validación a la que se aspira como forma de trabajo geométrico idóneo.

> [...] ir más allá de lo que se ve. Después de llegar al primer insumo obtenido del dibujo, la sospecha de que están alineados, entonces vamos a ver qué más puedo decir aparte de lo que aparece (en el dibujo). [E5]

Es decir, dar lugar a la exploración y a la intuición como puntos de partida, propias de la Geometría I y muy asociados a la visualización icónica, para arribar a un trabajo geométrico que involucre la argumentación, proceso perteneciente al plano cognitivo y que es propio del paradigma GII, aspecto indisoluble de la comunicación.

Comunicar

Otro aspecto que deja en evidencia el tránsito al paradigma GII es el referido a la inclusión y relevancia otorgada al registro del protocolo de construcción así como al proceso discursivo en la producción de argumentaciones:

> […] el algoritmo forma parte de la figura, el polígono en cuanto al trazado tiene que ir acompañado de un algoritmo, de algo que muestre cómo fue pensando en relación a los datos. [E1]

Definir

Otro de los aspectos relacionados al nivel epistemológico del ETG es el referido a las definiciones y propiedades:

En la evidencia 13 se apela, exclusivamente, a la memorización de definiciones:

evidencia 13

i) 2 rectas son secantes si y solo si ---

j) Un paralelogramo es---

k) El cuadrado es ---

l) La diagonal de un polígono es ---

m) La Mediatriz de un segmento es---

n) Un ángulo es obtuso cuando---

o) Un triángulo es isósceles si y solo si---

En la evidencia 14, si bien se apela a definiciones, se utilizan como herramientas de validación.

ii) Analiza si los siguientes enunciados son Verdaderos o Falsos. Justifica tus respuestas

a) En todo rombo se cumple que sus ángulos consecutivos son suplementarios.

b) En todo paralelogramo se cumple que sus diagonales son perpendiculares.

c) En todo triángulo equilátero el circuncentro coincide con el punto de corte de sus medianas.

d) En todo trapecio se cumple que sus diagonales son iguales.

evidencia 14

Clasificar

La clasificación suele presentarse en relación a triángulos y cuadriláteros respecto del paralelismo de sus lados, como en la evidencia 4. Un caso diferente se muestra en la evidencia 15 que refiere a la convexidad.

a) Seguir este algoritmo:

1) $\overline{AC}$ de 4 cm

2) $\mathcal{C}(A,3) \cap \mathcal{C}(C,6) = \{B, D\}$

b) Clasificar $\square ABCD$ usando 3 criterios diferentes

evidencia 15

Equilibrio y articulación

En general, se aprecia en la mayoría de las propuestas, un equilibrio entre las diferentes tareas solicitadas: construir, argumentar, comunicar, definir, clasificar. En función del análisis anterior, es posible señalar que hay un fuerte predominio de dos procesos relacionados al trabajo geométrico: construir - presente en veinte de las propuestas - y producir un discurso destinado a argumentar - presente en 14 de ellas.

En sintonía con lo analizado en el ítem 4.1, pocas propuestas presentan consignas con tareas articuladas entre sí; en general se conforman de una secuencia de instrucciones independientes, correspondientes a distintos tipos tareas ya sea que se reiteren o no.

4.3. Qué es construir

En el marco de referencia, la construcción es uno de los procesos cognitivos implicados en el aprendizaje de objetos geométricos. Está asociada al uso de instrumentos y a determinadas instrucciones que se analizan a continuación, teniendo en cuenta la relevancia adjudicada a la misma.

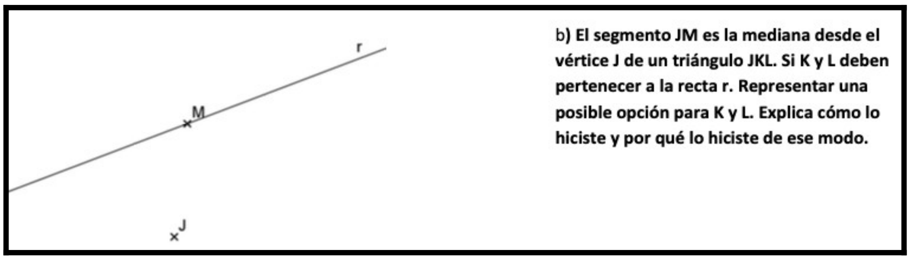
Casi en la totalidad de las propuestas relevadas se pide construir algún polígono por lo que podemos inferir que esta es una actividad apreciable en las evaluaciones. Sin embargo, la cantidad de actividades que los involucran varía desde un sexto a un medio en el total de actividades de geometría.
Se incluyen con intencionalidades diferentes y resultan indicadores sobre qué se privilegia y qué significa aprender geometría en este nivel.
E2 y E3 diferencian trazado de construcción en relación a la clase de instrumentos que se pueden utilizar, el nivel de elaboración de la tarea a realizar o la exigencia de la escritura del algoritmo de construcción. [E3] entiende que la construcción implica ejecutar un número mayor de pasos que un trazado y solo se habilita la regla y el compás, el semicírculo se restringe a los casos de los ángulos que no se pueden construir con dichos instrumentos.
Tipo de construcción
En las evidencias 10 y 16

> **Construir el paralelogramo ABCD sabiendo que el ángulo ABC mide 120º, el lado AB mide 10cm y el lado BC mide 7cm. Escribir el algoritmo de construcción.**

evidencias 16

la construcción se limita a una figura definida por las medidas de sus lados y ángulos, en las cuales la obtención del ángulo requiere la aplicación del trazado de mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo, debido a la limitación del instrumento. No hay relaciones inter ni intrafigurales, características frecuentes en las propuestas.

evidencia 17



Son escasos casos como este, en el cual es necesaria la definición de mediana, apelar a determinadas configuraciones que aporten a la visualización del triángulo solicitado que, además, no es único ni isósceles. Por otra parte, la justificación del trazado, como evidencia de que no solo se apeló a lo intuitivo, la posición en que quedará representado, con la base dada inclinada y el vértice opuesto debajo de la misma, todo lo cual se aleja de lo prototípico.
Se habilita o no instrumento
La evidencia 8 es un caso representativo de la indicación expresa del uso de determinados instrumentos pues en cualquiera de las otras propuestas donde así se indique, estos instrumentos son regla y compás, en ninguna se pide uso de escuadra, semicírculo o de herramientas informáticas.
La construcción implica aplicación de algoritmos de trazado de algunos lugares geométricos (mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo). La altura corresponde al lado diferente de un

triángulo isósceles, aún cuando no es el prototípico acutángulo, muestra una preferencia por lo simétrico.

Construye un triángulo ABC sabiendo que $\overline{CB}$ =6 cm, la altura respecto al vértice A mide 4,5 cmy $\hat{B}$=120°. Indica la medida de todos sus ángulos. Escribe el algoritmo de construcción. Encuentra el circuncentro y traza la circunferencia circunscripta.	evidencia 18

[E3], respecto a la evidencia 19, explica que el uso de regla y compás es inherente a la construcción, por eso no lo escribe en la propuesta. Utiliza el término construir para el polígono y trazar para la circunferencia circunscrita, entiende que la construcción implica ejecutar un número mayor de pasos que un trazado y solo se habilita la regla y el compás, el semicírculo se restringe a los casos de los ángulos que no se pueden construir con dichos instrumentos.

> Cuando construimos es con regla no graduada y compás, graduada para medir las unidades del segmento y no se usa el semicírculo. Para encontrar el circuncentro se usa regla y compás.

Sin embargo, advierte que, leyendo el documento a la distancia

> Tampoco uno se pone estricto, si se usó la escuadra para encontrar el circuncentro no consideramos que está mal. Si encontró el circuncentro utilizando escuadra, está bien, le vamos a dar el punto. De todas maneras encontró el circuncentro, en la consigna no está totalmente claro.

Por un lado, la docente no logra separarse de la relevancia del uso de determinados instrumentos pero, ante la pregunta de la entrevistadora, responde que puede valorarse igualmente si el estudiante comprende y puede construir usando otros instrumentos.

Otra justificación del uso de un tipo de instrumentos es la puesta en juego de las propiedades de los polígonos con el objetivo de evaluar la comprensión de los lugares geométricos que figuran en el programa oficial y que son necesarios para realizar estas tareas:

> Por eso insistimos en la regla y compás, para que puedan aplicar un poco estos conocimientos en la construcción de los ángulos, ya que si lo hacen con escuadra o lo hacen con semicírculo perdemos un poco esos conocimientos. [E4]

Respecto a las figuras en relación a los instrumentos empleados, [E1] explica:

> Durante el curso hicimos trazados usando solo regla y compás o el mismo polígono pero trazado con la escuadra y el semicírculo o el mismo polígono pero usando geogebra. Entonces, se estuvo viendo cómo el polígono que queda como producto final o como figura final parece ser el mismo y, a la vez, es distinto porque está acompañado de algoritmos diferentes que tienen que ver con propiedades diferentes […] Una de las cosas que se trabajó en el curso y que aparecen en las propuestas de exámenes es […] pensar a través de bosquejos y ensayar bosquejos en los que se involucran algunos datos. Y si no funcionan hacen otros. Por ahí empiezan a aparecer los elementos que son los que los hacen tomar las decisiones de un algoritmo de trazado.

Entiende que el algoritmo de la construcción forma parte de la figura y depende, conceptualmente, de los artefactos empleados para su obtención.

Relacionado con qué es hacer geometría

La última cita da cuenta de una clara intencionalidad didáctica en el uso de diversos instrumentos empleados a efectos de la exploración y la justificación como procesos implicados en la obtención de la figura.

[E1] usa la construcción como una herramienta indagatoria, tal como se muestra en la siguiente evidencia, donde se debe responder verdadero o falso y justificarlo.

Un decágono regular de 3 cm de lado y 2 cm de apotema tiene un área de 30 cm^2

evidencia 19

Este ejercicio, de aparente aplicación de la fórmula de cálculo de área de un polígono, apela a la exploración que pone en relación propiedades geométricas: aunque la aplicación de la fórmula del cálculo de área coincide con los datos, tal polígono no existe.

> Nosotros abordamos el concepto de figura en su naturaleza dual es decir la figura como concepto y la figura como trazada, entonces a través del trazado, que es una de las primeras partes de la propuesta de examen, se van a ver reflejados también todos los aspectos que fueron trabajados durante el curso. [E1]

Algunos docentes cuestionan la importancia de la construcción:

> No apuntamos tanto a lo que sea exacto sino al razonamiento, más que nada el razonamiento que me permite construir tal o cual cosa [...] Ahora, con este año loco de la pandemia, hemos entrado un poco a dudar respecto a qué tan importante es la construcción en sí. Nos preguntamos si no tenemos que priorizar más el razonamiento […] Veníamos insistiendo que fuera con regla y compás: creo que tiene que ver más con la tradición de construir al modo griego, relacionándolo a cómo surge el conocimiento en la historia de la construcción de la geometría.[E5]

> Nosotros no le damos un lugar central en la propuesta sino que es un hacer más, un conocimiento más que aparece y, de hecho, eso se ve en el peso que tiene en el total de la propuesta. Aparece como un conocimiento más pero casi nunca es de un peso determinante en las propuestas que hacemos en el instituto. [E6]

Respecto al algoritmo de construcción, si bien en algunas propuestas no se solicita su redacción, se considera igualmente importante, puede solicitarse explícitamente o ser un acuerdo implícito que acompaña la construcción. En general, no se exige el lenguaje simbólico pero se pide identificar las figuras que están en juego. Aunque se considera que lo válido es lo simbólico, la dificultad que presenta su uso y la escasez de tiempo pedagógico para lograr su manejo, lleva a la aceptación de otro lenguaje.

> En la construcción en sí está implícito que queremos que describan el algoritmo que realizaron[…] vamos haciendo ese pasaje del lenguaje natural al lenguaje simbólico pero considerando a veces que estos estudiantes que quedan a examen no son los más favorecidos, tratamos de no generar obstáculos. [E2]

> Trato de hacer lo mejor que puedo durante el año, porque no hay suficiente tiempo como para dedicar, en realidad ellos necesitan ese cambio, pero bueno…[E3]

> Lo que cuesta más al estudiante de magisterio es esa precisión del lenguaje más bien conjuntista de poner “circunferencia centro A y radio 5 intersección una recta”, este tipo de cosas […] por lo menos que lo describan diciendo tracé una circunferencia de centro A, radio tal que interceptó la recta tal, igual aceptamos ese tipo de explicación o sea no simbólico pero sí lenguaje matemático. Lo que no aceptamos es que diga “pinché con el compás”. [E4]

Las manifestaciones del profesorado dan cuenta de una forma de trabajo acorde al paradigma GII pues el objeto de estudio son las figuras y las configuraciones, tal el caso de las construcciones en base a propiedades que deben cumplir o a través de esquemas alternativos. Hay un tránsito de GI a GII, pues si bien aparecen los instrumentos asociados a las construcciones, necesariamente deben ir acompañadas de una producción discursiva que las valide.

Las propuestas intentan ser, en general, una reformulación de actividades ya resueltas en el año antes que apelar al trabajo geométrico en situaciones novedosas.

En relación a la enseñanza de la geometría, quienes exigen el uso de regla y compás se orientan más a un enfoque clásico propio de educación media. Para otros, la construcción es de relativa importancia y el uso de instrumentos es libre. Solo una de las entrevistadas plantea que su trabajo en el curso está bastante ligado al trabajo escolar, aunque no se percibe en la propuesta analizada. En general, los entrevistados manifiestan falta de conocimiento y de relacionamiento con el entorno escolar.

Esto se cruza con lo que se prioriza en cada curso. Quienes exigen instrumentos de trazado priorizan el saber experto, unos más que otros o se encuentran en una etapa de transición. Se perciben nuevas miradas en quienes recibieron últimamente formación con perfil magisterial y se asocia también a las adecuaciones debidas a la pandemia.

4.4. Uso de las representaciones

En relación a los distintos tipos de representaciones presentes en las propuestas de examen, se constata que, en la casi totalidad de los casos, incluyen la construcción de algún polígono y los datos están presentados casi exclusivamente en forma verbal. Se desprende de las entrevistas que, en muchos casos, esta actividad debe complementarse por alguna explicación del procedimiento realizado, aunque no esté explícito, de modo que el estudiantado debe transitar por distintos tipos de representaciones (de verbal a gráfico al tratar de interpretar la información por medio de alguna figura de análisis o de la construcción en sí, del gráfico al verbal al comunicar lo que realizó). En algunos casos, estas transformaciones son más elaboradas debido a la problematización de los conocimientos puestos en juego.

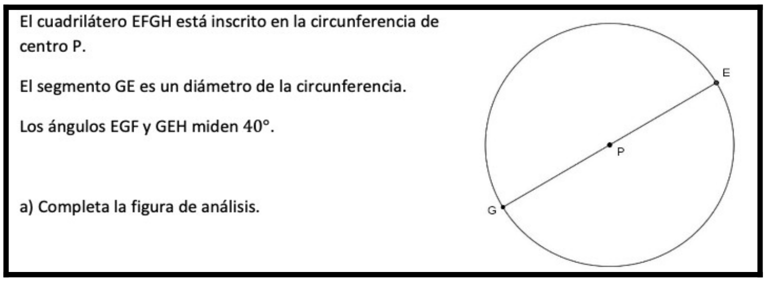
Tipo de representaciones

Trazar el cuadrilátero ABCD sabiendo que AB=10 u, ABD=30°, AD=7 u, AD//BC, BC=15 u. ¿es único? Realiza el algoritmo justificando. b) Si encuentras más de un ABCD elige uno, toma las medidas necesarias para calcular aproximadamente su área y traza un rectángulo MNPQ que tenga la misma área.

evidencia 20

Esta propuesta tiene solo representaciones verbales. La docente [E1] espera la realización de bosquejos exploratorios además del algoritmo de construcción, e implica cambios de registro (bosquejos – construcción - escritura del algoritmo). Estas actividades de representación son importantes y forman parte del aprendizaje, no son dejadas como algo intuitivo que no hay que explicar.

evidencia 21


El cuadrilátero EFGH está inscrito en la circunferencia de centro P.

El segmento GE es un diámetro de la circunferencia.

Los ángulos EGF y GEH miden 40°.

a) Completa la figura de análisis.

En este caso, la consigna está dada en registro verbal y gráfico: se pide completar la figura de análisis según una descripción lingüística. El propósito es facilitar la resolución de las consignas siguientes ya que el resto de la propuesta está vinculada con esta primera parte, incluyendo algún tipo de bosquejo exploratorio. La representación gráfica oficia de facilitadora, no aporta información.

> Toda la propuesta se basa en interpretar bien los datos iniciales y la figura de análisis. Si se falla ahí después como que cae todo […] Una de las ideas es tratar de, a partir de esa figura a medio terminar, brindar cierta facilidad para que esté al alcance de todos completar la figura de análisis. Pensé que era medio arriesgado jugarlo todo al lenguaje natural o a los datos. [E6]

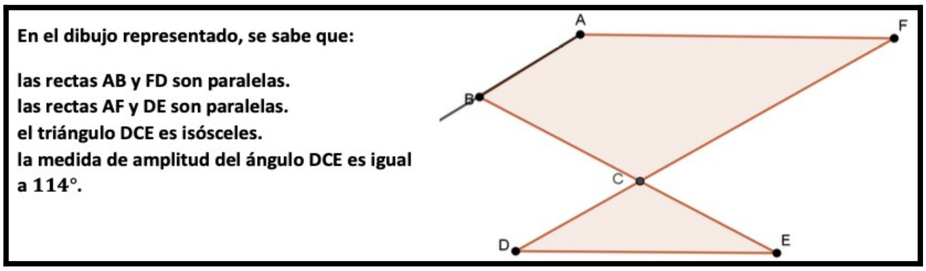
A diferencia de las demás propuestas, en la evidencia 15 se acude a la representación verbal con lenguaje simbólico, de cuya correcta interpretación depende la construcción que, por otra parte, no corresponde a los polígonos comúnmente presentados en el aula (no convexo), aspecto relevante en atención a los obstáculos epistemológicos.

No hay ejercicios donde la consigna o la información estén dadas en forma solo gráfica.

Simetría y figuras prototípicas

> En el curso trabajamos polígonos, triángulos, cuadriláteros, polígonos convexos, no convexos, regulares y de alguna manera en la propuesta del examen aparecen […] se estuvo trabajando mucho el concepto de cuáles son los polígonos que tienen bases y cuáles son los que tienen altura. Y el concepto de altura y de base separándolo de horizontalidad y verticalidad, que son conceptos físicos, mientras que alturas y bases son matemáticos y que el hecho de que lados paralelos en un polígono no implica que sean bases.[E1 autora del ejemplo 3]

evidencia 22

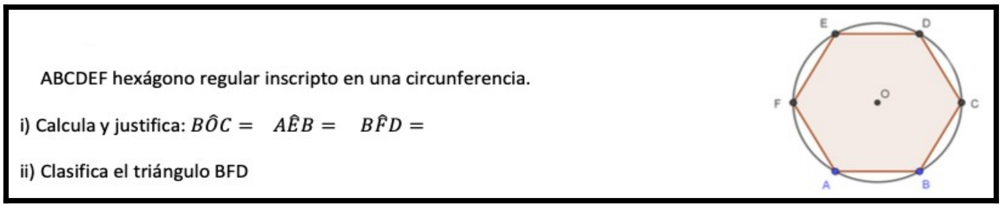


Usamos ese tipo de ángulo para que los isósceles no siempre sean esos que tienen el ángulo distinto menor que los que están adyacentes al lado diferente y que es la idea de isósceles que queda siempre por la forma en que están trazados. De todas maneras ese triángulo tiene AD horizontal y reconocen a veces más el triángulo de esa manera que de otra.[E2]

Respecto a los pares de paralelas, si uno está horizontal, el otro par que, a efectos del ejercicio, debe ser secante, no puede estarlo, de modo que se mantiene una posición prototípica, pensada para facilitar el reconocimiento del triángulo isósceles (base horizontal), sin embargo es un triángulo obtusángulo, no tan frecuente. Se entiende que hay un intento algo contradictorio de desestructurar la representación. Por otro lado, se identifican verbalmente como rectas, pero el gráfico muestra una semirrecta y segmentos. Teniendo en cuenta que, en el ejercicio se pide cálculo de medida de ángulos (orientando explícitamente a la identificación de ángulos entre rectas paralelas y secante) la intención parece ser facilitar el proceso.

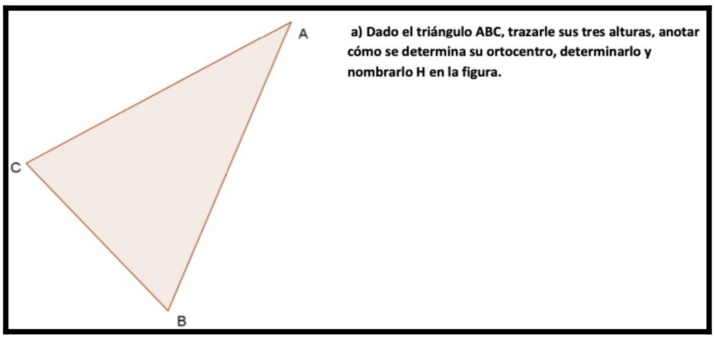
En muchos casos se presentan figuras simétricas: aunque la simetría no se utiliza en la resolución (no se trabaja específicamente en el curso) da cuenta de que no es común el enfrentamiento con el obstáculo relacionado con la naturaleza del saber en juego.

evidencia 23



Este ejemplo presenta un polígono regular por excelencia, en posición convencional, donde se asumen varias propiedades y la medida buscada es de los ángulos de triángulos equiláteros y uno rectángulo especial.

evidencia 24



Aquí se presenta un triángulo acutángulo, aparentemente escaleno, con sus lados en posición inclinada. Teniendo en cuenta que deben trazarse las alturas, se presenta alguna dificultad en el trazado de rectas perpendiculares a lados en posición no convencional, sin embargo el que sea acutángulo facilita que resulten todas interiores: esto da cuenta de un parcial enfrentamiento de orden epistemológico.

Construir un trapecio ABCD sabiendo que las bases AB y CD miden 8 cm y 5 cm respectivamente, y los lados AD y BC miden 3 cm y 4 cm respectivamente. Explica el trazado.

evidencia 25

En este caso, donde la figura de análisis es importante, el trapecio no es simétrico, las medidas ofician de medio para el uso de lugares geométricos y debe recurrirse a la propiedad de paralelismo de las bases para su construcción. Además, el problema admite infinitas soluciones. Se considera que hay intención de favorecer el avance conceptual con respecto a las figuras y algoritmos convencionales.

El privilegio al presentar cierta orientación o forma (simetría) de las figuras, la no variación o tránsito entre representaciones limita el aprendizaje. Es menor la cantidad de propuestas que muestran variedad de posiciones o figuras no convencionales, evidenciando, en esos casos, que ese obstáculo se conoce y se maneja.

Tránsito entre registros

En los casos presentados en el apartado anterior está presente el cambio de registro, básicamente de verbal a gráfico al construir el polígono cuyas características se enuncian verbalmente. Las evidencias 20 y 21 requieren de bosquejos exploratorios y en la número 15 se debe seguir una secuencia de trazados en registro simbólico. De este modo, dicho tránsito evalúa aspectos diferentes del conocimiento geométrico en juego.

evidencia 26

3- Construir con regla y compás un paralelogramo ABCD si AC = BD y su perímetro es 16 cm. sabiendo que no es un polígono regular.

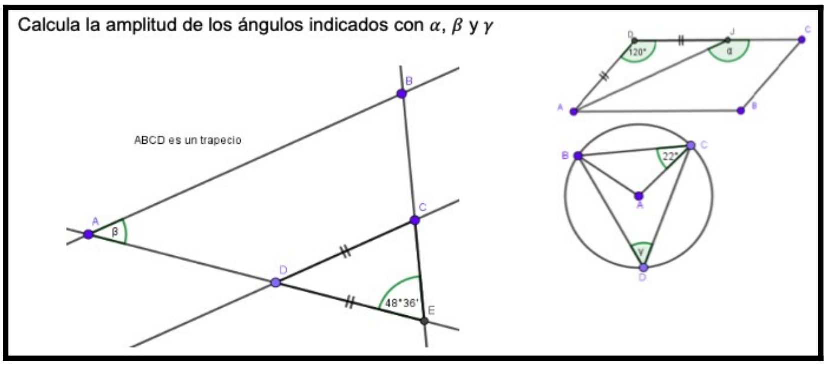
a) Caracterízalo.
b) Es único?

Esta actividad implica varios cambios de registro que derivan del proceso de búsqueda de la figura a construir pues requiere de una previa clasificación dentro de los paralelogramos y, además, admite diferentes representantes asociados a la medida. La consigna está dada en modo verbal y es de suponer que el estudiante debe elegir algún otro registro (por ejemplo figural-icónico u otro de tipo verbal) para poder comprender la información y realizar la construcción. Para caracterizar la figura obtenida, la docente [E4] espera que el alumnado mencione propiedades de la figura asociadas a la representación (cantidad de lados iguales, relaciones entre las diagonales, etc) lo que implica un nuevo cambio de registro. No obstante, la profesora no lo reconoce como trabajo geométrico intencional, sino que responde a su intuición.

Como ilustración, como complemento, como dato

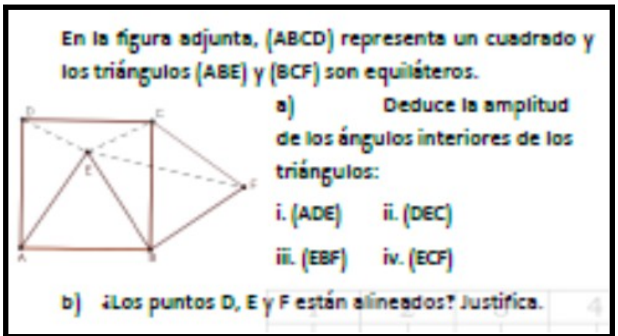
La presencia de representaciones gráficas en las consignas cumple diferentes funciones. En este caso es portadora de datos

evidencia 27



El único dato verbal es “ABCD es un trapecio”, pero hay tres figuras ABCD (se asume que es la más próxima porque, además, “se ve” como tal, y se resuelve con esa propiedad; otra figura “se ve” como paralelogramo y otra “se ve” como un cuadrilátero no convexo. Se usan notaciones convencionales para lados iguales pero para ángulos diferentes se usa el mismo arco. Para el cálculo del ángulo ɣ se asume que A es el centro de la circunferencia y que está circunscrita al triángulo BCD, de modo que el dibujo valida la figura con información probablemente asumida en un acuerdo aúlico implícito y que estaría dando cuenta del trabajo en el paradigma de la GI, asociada a la visualización icónica.

evidencia 28



En cambio, en esta representación, el gráfico es complementario de lo verbal, a efectos de la identificación de los puntos que determinan las figuras pero no supone ni infiere datos necesarios para su resolución. Los puntos D, E, F, no “se ven” alineados, por lo que la justificación en base a propiedades se vuelve una necesidad para el estudiante, a efectos de responder correctamente. Es un claro ejemplo de diferenciar la figura geométrica de su representación icónica como condición de avance conceptual y da cuenta del trabajo en la GII.

En el ejemplo 23, hexágono regular, la representación gráfica es ilustrativa, de modo que el alumnado no debe realizar ninguna figura de análisis para resolver el ejercicio, por lo cual su función es facilitar la tarea.

Articulación semiótica

El progreso del conocimiento geométrico está en consonancia con el uso de varios registros, la creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos, de modo que sea posible una articulación entre los diferentes registros. Al respecto, las evidencias muestran que en las propuestas de examen están presentes los variados registros pero de modo muy similar en la mayoría de los casos: el pasaje de verbal a gráfico está en el trazado indicado en la consigna, es necesario porque el registro escrito es el modo en que se presentan las propuestas. En algunos casos no hay una intencionalidad de evaluar este aspecto específicamente. Esto surge de los recursos utilizados a efectos de facilitar la comprensión de la consigna como una figura de análisis complementaria o la indicación paso a paso de un algoritmo. Se solicita describir el algoritmo que él ya ha trazado previamente, con escasa rigurosidad, tal lo manifestado en citas presentadas en el apartado sobre construir. Allí también se ha planteado que dicha actividad suele considerarse parte de la construcción y evidencia de la habilidad de comunicar en sí misma pero no de la articulación entre registros. O sea que este aspecto no suele ser considerado objeto de enseñanza en sí mismo.

5. Aspectos generales.

5.1. Tipo de figuras

Tal como se desprende de las figuras analizadas previamente, hay un predominio de triángulos y cuadriláteros en las actividades. Hay variedad en el tipo de triángulos aunque predominan los isósceles, en tanto que los cuadriláteros suelen ser convexos y se trabaja básicamente, a partir de la perpendicularidad, paralelismo, igualdad de lados y ángulos. En menor cantidad de propuestas se ponen en juego las propiedades de las diagonales de cuadriláteros en general y es escasa la presencia de figuras no convexas. Los polígonos de mayor número de lados presentes en las propuestas suelen ser regulares y apelan a la relación entre triángulos incluidos en el mismo y no a propiedades de polígonos en general. Se trabaja con ángulos interiores, incluso como sobreentendido pues no se aclara su relación con la figura de referencia.

5.2. Tipo de contexto

Las actividades están planteadas en contexto intramatemático y generalmente asociadas a las medidas de longitud y superficie.

5.3. Reconocimiento del rol en magisterio

¿Se puede problematizar actividades de nivel escolar en la evaluación? Algunas respuestas:

> Para el trabajo de áreas se trabaja mucho con páginas de libros escolares. [E1]
>
> Yo soy profesora, no soy maestra, capaz que si hubiera sido profesora y maestra entonces tendría más acceso a todo ese mundo de la didáctica de la matemática escolar e incluso a los materiales. El acercamiento se dio con este curso que estoy haciendo este año. [E3]

Manifiesta que, al cursar la Especialización en enseñanza de la matemática para el nivel inicial y primaria, tiene mayor acercamiento al entorno escolar y a los Cuadernos de hacer matemática que utiliza el alumnado de educación primaria pública. Entiende probable su implementación el año próximo:

> Nunca lo hemos hecho pero se podría dar, sí. No tenemos mucho contacto. Cuando yo estaba trabajando con otro colega que era maestro teníamos un poco más de acceso a esas actividades, visitábamos un poco las escuelas. No se abren mucho las escuelas de práctica para trabajar con los profesores, entonces eso es un debe que tenemos.[E4]

6. Conclusiones

A continuación se recogen los objetivos y preguntas que orientaron la investigación a fin de articular las conclusiones emanadas del análisis del discurso del profesorado participante en este estudio, articulando distintas miradas dentro de un ámbito y condiciones históricas particulares. Las mismas ofrecen oportunidades y limitaciones a la construcción de significados respecto al objeto de conocimiento matemático polígonos en el contexto de los institutos de formación de maestros del país, significado que se pretende visibilizar a través de una propuesta de geometría correspondiente a un período determinado así como a la perspectiva de algunos de los docentes autores de las mismas.

Primer objetivo específico: Diferenciar el trabajo geométrico implicado en la resolución de las actividades propuestas.

El trabajo geométrico, tal como lo entiende Kusniak, incluye exploración, justificación y comunicación de los resultados, procesos diversamente incluidos en las propuestas de examen. Excepcionalmente está presente la exploración, en tanto la justificación y comunicación se relacionan a cálculos, igualdad de triángulos, descripciones y uso de definiciones y propiedades.

Es posible analizar en las propuestas la naturaleza del trabajo matemático, en particular el geométrico, que viene dado en relación a tres contextos; el primero de descubrimiento en el que priman la intuición y la experimentación; en segundo lugar uno de justificación relacionado al probar y al demostrar y por último uno de comunicación asociada a explicar y presentar.

Al momento de elaborar las propuestas de evaluación, los docentes tienen en cuenta tanto aspectos del plano epistemológico como cognitivo, relacionados a los contenidos matemáticos y al pensamiento de quien resuelve la tarea. Con respecto al nivel epistemológico, se constata la existencia de un sistema teórico de referencia basado en definiciones y propiedades pues se aprecian actividades en las que se debe recurrir explícitamente a dichos referentes teóricos, ya sea para definir, invocar propiedades con la intención de justificar un procedimiento, etc.

Es posible también distinguir actividades en las que -sea de forma explícita en el texto o como resultado del contrato didáctico establecido durante el curso- el alumnado debe recurrir a algún tipo de artefacto (instrumento de construcción o medida) para concretarla. En estos casos varía el tipo de instrumento permitido como regla graduada, compás, semicírculo lo que, en definitiva, determina y condiciona el sistema de referencia teórico que el alumno pondrá en funcionamiento para concretar la actividad de modalidad técnica, revelando la sinergia que existe entre los dos niveles que se articulan en cualquier ETG.

La complejidad y dificultad inherentes a este tipo de tareas difieren en las distintas propuestas. Si bien se transita por actividades variadas en cuanto al trabajo geométrico, prevalecen las relacionadas a la construcción, cuya implementación suele corresponder al tránsito entre GI y GII. En forma explícita – ya sea en las entrevistas o por la adjudicación de puntajes - los docentes señalan la importancia que le otorgan a los procesos discursivos destinados a la argumentación por sobre otros procesos considerados. Está presente, fundamentalmente, en la descripción del algoritmo y algunas justificaciones basadas en propiedades y definiciones, las cuales dan cuenta de formas de trabajo geométrico ligadas a la GII.

Segundo objetivo específico: Analizar las relaciones discursivas y contextuales que inciden en la toma de decisiones del profesorado participante de este estudio.

Importa la perspectiva del tribunal responsable de la propuesta de examen, complementariamente a las manifestaciones de los entrevistados, acerca del aprendizaje de la geometría en la formación de maestros. El enfoque del examen, coherente con el curso correspondiente, se percibe alejado de la labor del futuro maestro como consecuencia de la escasa formación específica en la enseñanza a nivel escolar así como la falta de relacionamiento con la institución y sus docentes.

Varias situaciones contribuyen a la reproducción del discurso didáctico presente en la enseñanza de la geometría en los institutos magisteriales. Una de ellas, vinculada con el contexto social en el que tiene lugar, es la relacionada con la falta de espacios de intercambio con otros docentes. Dependiendo de la localidad en la que residen, se constata que muchos profesores realizan su labor en soledad o con un contacto muy esporádico con otros colegas. Ya sea que trabajen solos o que sean dos docentes de la asignatura en la institución, uno con cada curso (1º, 2º) manifiestan tener escasos espacios para intercambiar opiniones acerca de su labor docente, obstaculizando la posibilidad de nuevas miradas respecto de la enseñanza que se imparte.

Los docentes se desempeñan, en su mayoría, en la enseñanza media y consideran la formación de maestros un desafío. Frente a esta dificultad, se ha constatado que algunos entrevistados tomaron como referencia las propuestas de examen formuladas con anterioridad a su llegada al instituto, otorgando cierto aval al planteo de determinados ejercicios que se basan, principalmente, en el saber experto y que no contemplan específicamente la formación de futuros maestros. Se reproduce un modelo que se refleja en el trabajo en el aula ya que varios de estos docentes manifiestan que lo que se pregunta en el examen es acorde a lo trabajado en el curso. En este sentido, las propuestas de examen consideradas como elementos discursivos en el sentido de Van Dijk, influyen en el contexto de la formación magisterial, incidiendo en lo que se enseña y lo que se aprende.

Por otro lado, varios de los entrevistados manifiestan tener un escaso vínculo con las escuelas lo que provoca poco conocimiento del trabajo matemático que allí se realiza. Algunos expresan que las escuelas se abren poco a esta posibilidad, otros indican que les cuesta mucho coordinar los horarios ya que al ser también profesores de enseñanza secundaria trabajan en varios centros. En todos los casos en los que se logró un vínculo con las escuelas o con los maestros que trabajan en ellas, los entrevistados manifiestan que estas experiencias fueron muy provechosas y que les provocaron un cambio de mirada muy significativo. Esto lleva a cuestionar acerca del rol de los institutos magisteriales en relación a fortalecer el vínculo de sus docentes con las escuelas.

Desde la fecha de las propuestas de examen que fueron objeto de análisis hasta la fecha de realización de las entrevistas, transcurrieron aproximadamente dos años, y se constató en varios docentes un cambio de perspectiva en relación a sus prácticas. Esto se observó, principalmente, como consecuencia de dos situaciones: la realización de cursos de especialización y la incidencia de la pandemia. Dos de las entrevistadas realizaron la Especialización en Enseñanza Matemática para el nivel inicial y primaria, destinada a maestros, en la que se incluyeron algunos profesores de formación magisterial. La interacción estrechó el vínculo con maestros de aula, directores de escuelas y con el trabajo que allí se desarrolla, durante sus visitas periódicas. También accedieron a actividades escolares y comenzaron a considerar que su discusión en el ámbito de la formación de maestros puede ser beneficioso.

A partir de la emergencia sanitaria, varios docentes comenzaron a pensar en nuevas estrategias metodológicas, a cuestionarse los porqués de la importancia que se otorga a determinados contenidos en detrimento de otros. En suma, se constata una apertura a nuevos espacios de reflexión y a animarse a innovar.

El objetivo general era analizar el discurso acerca del contenido polígonos como objeto de evaluación presente en las propuestas de examen de diciembre de 2018 correspondientes al curso de matemática I de la carrera de magisterio en Uruguay. Se realizó en el marco del análisis crítico del discurso a través de tres elementos interactuantes: la expresión verbal, el contexto social donde tiene lugar y la cognición como rectora de lo que acontece en ese discurso situado en las instituciones y sus docentes. Se trata de desentrañar cuál es el modelo mental que subyace a las expresiones lingüísticas construido en relaciones socioculturales, qué piensan como integrantes de un grupo social particular (profesorado de matemática). Este grupo está formado para desempeñarse en educación secundaria pero actúa en educación terciaria para enseñar a docentes que se desempeñarán en primaria, un ámbito muy diferente al propio.

Para entender el discurso y las cogniciones de la enseñanza y del aprendizaje, dice Van Dijk, hay que considerar los detalles de los muchos contextos implicados en la educación, y cómo el contexto se relaciona con el discurso. En este caso, el momento histórico actual, en medio de una pandemia, ha movilizado en el profesorado algunas cuestiones propias de su quehacer docente.

Entre ellas, el lugar más o menos privilegiado de los procesos implicados en el trabajo geométrico en el aula magisterial. Tal como se ha registrado en el capítulo de hallazgos, el discurso muestra una intención de priorizar la construcción acompañada del razonamiento y asociada a la utilización de regla y compás como instrumentos requeridos para los trazados. Este es un requisito de índole técnica que condiciona el referente teórico y, a su vez, es inseparable de la descripción del algoritmo. Asociado a la relativización de la construcción, el uso de otros instrumentos conlleva a priorizar la comprensión de las relaciones interfigurales, independientemente de los útiles empleados. Aunque en algún caso se continuó el uso del pizarrón en clases por videoconferencia, adquiere relevancia la introducción de Geogebra como aplicación, mayoritariamente utilizada en las clases virtuales como herramienta para mostrar una figura realizada por el profesor y, en menor medida, para iniciar al estudiantado en el uso de este software. A pesar de que Geogebra lleva varios años en las computadoras del alumnado público, en general no se ha implementado su enseñanza en magisterio hasta que la pandemia modificó las condiciones del aula.

Se considera que el uso de aplicaciones informáticas no solo es deseable sino posible, ya que está disponible en forma gratuita para todo tipo de dispositivo de uso cotidiano como los celulares. Además es una herramienta privilegiada para la elaboración de conjeturas sobre propiedades y regularidades, una de las interacciones que Kusniak adjudica al trabajo geométrico, a través de la experimentación donde prima la intuición. Justamente, el tipo de actividad excepcionalmente presente en las propuestas de examen. Sin un cambio significativo en este sentido, el alumnado continuará repitiendo en el entorno social donde se desempeñe, las prácticas tradicionales, algorítmicas, en un entorno de geometría estática y ostensiva.

Otra cuestión es el rol de los espacios virtuales de aprendizaje. Por un lado, la mayor o menor afiliación a la tecnología, tanto de parte de docentes como de estudiantes, predispone para el desarrollo de un curso a distancia. Por otro lado, las posibilidades de acceso, relacionadas a factores económicos y sociales afecta la participación más o menos frecuente y eficiente en este medio. A pesar de ello, el profesorado manifiesta que no se ha dado una deserción muy diferente de lo que acontece en un año común. Destacan como ventaja el no tener que trasladarse, estudiar desde el hogar quienes tienen responsabilidades en el mismo, adecuar sus tiempos para el estudio. Sin sustituir los cursos presenciales, se piensa como alternativa la creación de algún grupo a distancia para quienes así lo prefieran y esto sería una innovación en el ámbito educativo magisterial.

Tal vez algunos de estos asuntos estaban incipientes, pero la participación en el presente estudio como entrevistados les ha supuesto revisar, desde otra óptica, su propia producción, argumentar sobre sus motivaciones y propósitos, plantearse preguntas que no se habían hecho antes. Se ha abierto un espacio para rediseñar el dME, en base a una construcción social del conocimiento, una problematización de sus saberes, en pos de un cambio significativo en la propia práctica docente y en la toma de decisiones sobre sus acciones didácticas.

El grupo social al que hacemos referencia ha construido representaciones mentales en relación al contexto institucional. Desde el conocimiento matemático, el uso de regla y compás está asociado a la aplicación en lugares geométricos, sin embargo lo que se evalúa es un algoritmo de construcción, ya que en las actividades no se solicita, por ejemplo, explicar el porqué de su utilización y, en las entrevistas se manifiesta la exigencia de una descripción básica. Estos lugares geométricos son objeto de enseñanza, en tanto el manejo de otros instrumentos de mayor uso en la escuela se sobreentiende ya adquirido en los ciclos escolares anteriores. La variación en el soporte material que determina distintos modos de construcción de una misma figura es un aspecto frecuentemente inadvertido en las concepciones docentes, como surge de la ausencia de este tipo de actividades como indicador de aprendizaje. Si bien para el profesorado es claro que el instrumento condiciona la construcción, no es frecuente que la alternativa de uso sea el pretexto para la puesta en juego de configuraciones geométricas por parte del alumnado.

El desfase entre la acción y la reflexión se manifiesta en las distintas esferas donde tiene lugar el quehacer docente, la clase, los intercambios entre colegas en relación de paridad o de referentes, lo instituido a nivel social u oficial. Al preguntar sobre referentes personales o bibliográficos, se nombra a otros colegas de mayor antigüedad en magisterio, formadores o textos sobre didáctica de la matemática. Excepcionalmente se menciona algún libro de geometría, lo cual da cuenta de la fuente de solidez en su saber matemático y la búsqueda de sostén didáctico. Mientras tanto, enseña a partir de lo que domina y trata de adecuarse a las necesidades del futuro maestro.

En relación al perfil de salida del estudiantado, algunas expresiones de los entrevistados dan cuenta de su percepción al respecto: un profesor dice "pensé que era arriesgado jugarlo todo al lenguaje natural" razón por la cual se ofrece una figura de análisis incompleta. Manifestaciones similares dan cuenta de que, en este nivel educativo, la figura está asociada a la percepción. Está implícita la inhabilidad del estudiantado para interpretar y decodificar la información verbal o que este tipo de transformación de la figura no es un logro de aprendizaje por lo cual no se evalúa o tal vez no se cuestiona como sustancial para el avance conceptual.

Desde la imagen social del magisterio, el análisis del discurso da indicios acerca del perfil de egreso del estudiantado. Se ha indicado en el capítulo anterior la intención del profesorado de facilitar la respuesta a los ejercicios, por ejemplo, prescindiendo del lenguaje matemático específico o la presentación de representaciones gráficas convencionales. La razón es que el alumnado que debe rendir examen no es considerado un buen estudiante (en el entendido que si lo fuera hubiese exonerado). ¿Se supone que quienes exoneraron sí manejan el lenguaje específico? ¿Se puede prescindir del mismo porque los maestros no lo necesitan? Una docente responde "lo necesitan, pero el tiempo no da" y esto conlleva una apreciación a nivel institucional porque el tiempo de aprendizaje de la matemática en la carrera magisterial es insuficiente. Otra manifestación discursiva que pone en cuestión el quehacer docente en la escuela, remite a que, "en primaria aprenden un concepto, luego una lección, con un gran vacío del razonamiento" , a pesar de que se ha manifestado, en otro momento, desconocer cómo se trabaja en la escuela. Por otra parte, se omite el pasaje por el ciclo secundario.

En suma, se manifiesta un disminuido grado de expectativas de lo que este alumnado puede aprender lo cual se asocia a la imagen social del maestro.

A modo de apertura de la presente investigación, se plantea el interés por conocer cómo incide el dME en la subjetividad del estudiantado que será responsable de la educación inicial. Intentar una respuesta sería el objeto de una posterior investigación porque en la formación matemática magisterial la escuela de práctica desempeña un rol fundamental y, tal como se ha manifestado, no existe un diálogo entre los responsables de su formación matemática.

7. Referentes bibliográficos

ANEP (2007). PMEM. Primer estudio de la situación de la enseñanza de la Matemática en Formación Docente a partir de propuestas de examen en *Cuadernos de estudio III.*

ANEP (2008). *Sistema Único Nacional de Formación Docente (SUNFD) 2008. Normativa .* Consultado 10/01/20 en http://www.cfe.edu.uy/images/stories/pdfs/plan_nacional/SUNFD_modificacion2017.pdf

Barrantes, H. (2006). Los obstáculos epistemológicos Centro de investigaciones matemáticas y meta-matemáticas, UCR escuela de ciencias exactas y naturales, UNED www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes

Bohorquez, H., Franchi Boscán, L., Hernández, A. , Salcedo, S., Morán, R. (2009). *La concepción de la simetría en estudiantes como un obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría.* Educere, 13 (45) ISSN: 1316-4910 Consultado 4/12/ 19 en: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=356/35614572022

Brousseau, G. (1976). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In J. Vanhamme & W. Vanhamme (Eds.), La problématique et l'enseignement des mathématiques. Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (pp. 101-117). Louvain la Neuve

Buenfil, R. (2011). Discursos educativos, identidades y formación profesional: producciones desde el análisis político del discurso. México: Plaza y Valdéz.

Duval, R. (2001). *La Geometría desde un punto de vista cognitivo*. PMME-UNISON. Consultado 05/12/18 en https://studylib.es/doc/7101593/la-geometr%C3%ADa-desde-un-punto-de-vista-cognitivo

Duval, R. (2016) Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas en Duval, R., & Saénz-Ludlow, A. *Comprensión y aprendizaje en Matemáticas: Perspectivas semióticas seleccionadas.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Consultado el 05/01/19 en https://www.academia.edu/27318074/Comprens%C3%B3n_y_aprendizaje_en_matem%C3%A1ticas_perspectivas_semi%C3%B3ticas_seleccionadas

Gómez-Chacón, I. M. (2014). *Visualización y razonamiento.Creando imágenes para comprender las matemáticas*. In: M. H. Martinho (Ed.), XXV Seminario de Investigación en Educación Matemática (pp. 5-28). Braga: APM.

Guber, R. (2004). El salvaje metropolitano. Buenos Aires: Paidós.

Guber, R. (2001). La etnografía. Método, campo y reflexividad. Bogotá: Norma.

Ipar, M. (s/f) *Concurso Oposición Maestros Ed. Común 2020/21. Didáctica. Tema 7. La enseñanza de la geometría en clave de ciclos.* FUM-TEP. Consultado el 20/01/20 en https://www.youtube.com/watch?v=VHFReO-_AG8&feature=youtu.be

Kuzniak, A. (2003). *Paradigmes et espaces de travail géométriques. Histoire et perspectives sur les mathématiques* [math.HO]. Université Paris VII - Denis Diderot

Kuzniak, A., & Richard, P. (2014). *Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas*. Consultado 10/01/20 en http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1741a

Reyes, D. y Cantoral, R (2014). *Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático*. Boletim de Educação Matemática, vol. 28, núm. 48, abril, 2014, pp. 360-382. ISSN: 0103-636X. Consultado 07/01/20 en https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2912/291231123019

Rodríguez, G., J. Gil y E. García (1999). Metodología de la investigación cuantitativa. Málaga: Aljibe.

Van Dijk, T (2013). Discurso, Cognición y Sociedad. Conferencia. Universidad Nacional de Cuyo, Argentina. Consultada 2/05/20 en http://www.unidiversidad.com.ar/discurso-cognicion-y-sociedad-teun-van-dijk

Van Dijk, T. (1997). Discurso, Cognición y Sociedad. En Signos. Teoría y práctica de la educación 22 Octubre-Diciembre de 1997. Páginas 66-74. ISSN: 1131-8000. Consultada 2/05/20 en http://www.discursos.org/oldarticles/Discurso%20cognicion%20y%20sociedad.pdf

Van Dijk, T. (2003). La multidisciplinaridad del análisis crítico del discurso: un alegato en favor de la diversidad en Wodak, R & Meyer, M. Métodos de análisis crítico del discurso. Barcelona: Gedisa. p. 143-177.

Velasco, H. y de Rada, A. (1997). La lógica de la investigación etnográfica. Un modelo de trabajo para etnógrafos de la escuela. Madrid: Trotta.

8. Anexo

Pautas para la entrevista a docentes de las instituciones seleccionadas

¿Cuáles son los criterios de selección de los temas (geometría) en la propuesta? ¿Qué importancia relativa tiene el contenido polígonos y cuáles se priorizan?

¿Cuál es el trabajo geométrico que se espera evaluar? (sus aspectos)

¿Qué relevancia se adjudica a la construcción? (el para qué)

Sobre los útiles de construcción: ¿es libre la elección de cuáles y para qué se usan en algunos casos? ¿O hay algún acuerdo (explícito o implícito) a nivel clase o curso sobre su uso?

¿Se considera el término "construir" sinónimo de "trazar"? ¿o es intencional la selección de uno de los dos términos?

Los ángulos que se indican en los trazados ¿fueron seleccionados con algún criterio?

¿Qué importancia adjudicas al lenguaje formal en la redacción de la propuesta? ¿Cuál es el propósito de su incorporación o ausencia?

¿Qué nivel de formalidad se espera en las justificaciones?

¿Qué indicadores se toman en cuenta para evaluar las construcciones? En relación a este punto y a la propuesta en general, ¿se prioriza el hacer o el comunicar? ¿por qué?

¿Qué valor le adjudicas a los diferentes tipos de representaciones: verbal, gráfico (estático), interactivo (dinámico)? ¿Qué rol juegan en la propuesta las representaciones utilizadas?

¿Por qué la propuesta de evaluación limita las representaciones al tipo estático?

¿Qué importancia se adjudica, en la prueba, a la representación de figuras donde varía alguna propiedad en relación a otra dada? ¿Y el cambio de un registro a otro (ej. gráfico-verbal)? ¿Se piensa en representaciones equivalentes o donde un registro implique la resolución de un problema?

¿Crees posible, en una propuesta de evaluación final, analizar y problematizar actividades de nivel escolar (incluso realizadas por escolares)?

¿Cuáles son tus referentes para la toma de decisiones respecto a la evaluación final, tanto en los contenidos como en las decisiones de índole didáctica? ¿Consideras que ha habido un cambio a lo largo de tu actuación como docente de los cursos en magisterio

Algo más que nos quieras contar…