



Acerca de la mirada profesional del profesor

About teacher's professional noticing

Sebastián Parodi¹



RESUMEN

La habilidad de mirar profesionalmente requiere que el profesor ponga en uso todo su conocimiento acerca de la enseñanza de la matemática para percibir, interpretar y decidir respecto de las situaciones de enseñanza en general o del pensamiento matemático de los estudiantes en particular. En este documento se presenta una revisión bibliográfica acerca de esta habilidad, a partir de un método basado en el uso de internet. Se aportan insumos para avanzar en el estudio de esta nueva línea de investigación, que puede abonar a la formación y desarrollo profesional del profesor.

PALABRAS CLAVES: mirada profesional, pensamiento matemático de los estudiantes, conocimiento del profesor, formación docente.

ABSTRACT

Professional noticing requires that teacher uses all his knowledge about mathematics' teaching to perceive, interpret and decide about teaching situations in general or about children's mathematical thinking in particular. This document presents a review about this ability, based on use of internet. Results of this review allow to advance in the study of this new line of research, to contribute to teacher's learning and professional development.

KEYWORDS: professional noticing, students' mathematical thinking, teacher knowledge, teacher education.

INTRODUCCIÓN

Varios estudios señalan que el aprendizaje de los estudiantes requiere la comprensión del profesor acerca del pensamiento matemático de los alumnos, así como la utilización de esa comprensión para tomar decisiones relativas a la enseñanza (por ejemplo, Jacobs et al., 2007). Esto es lo que en la literatura se conoce como la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Jacobs et al., 2010), que implica poner en uso todo el conocimiento disponible acerca de la enseñanza de la matemática (Ball et al., 2008) para interpretar lo que piensan los alumnos y poder actuar en consecuencia. Estas consideraciones motivan la realización de una revisión bibliográfica acerca de la mirada profesional, que aporta elementos para comprender y desarrollar investigación en torno a esta habilidad esencial del quehacer profesional del profesor.

¹ Doctor en Matemática Educativa (IPN, México), Profesor de Matemática (IPA, Uruguay).

PERSPECTIVA TEÓRICA

En términos generales, mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Jacobs et al., 2010) requiere observar, describir, interpretar y dar sentido a las estrategias de los estudiantes, así como utilizar esa información para tomar decisiones de enseñanza que favorezcan el aprendizaje. En otras palabras, detectar las ideas que los estudiantes revelan en sus comentarios, preguntas, anotaciones y acciones, para inferir la comprensión matemática de los estudiantes que está ligada a esas ideas y utilizar esa información para decidir cómo responder. En particular, se proponen tres destrezas interrelacionadas para caracterizar la mirada profesional desde esta perspectiva: (1) percibir las estrategias de los estudiantes, (2) interpretar la comprensión de los estudiantes y (3) decidir cómo responder sobre la base de la comprensión de los estudiantes.

La primera destreza, percibir las estrategias de los estudiantes, refiere a la capacidad de identificar elementos matemáticamente relevantes en las estrategias de los estudiantes. Se trata de una destreza que implica centrar la atención en aspectos que pueden mostrar información relevante acerca de la manera de proceder de los estudiantes. Para desarrollar esta destreza, el profesor debe disponer de un profundo conocimiento matemático para la enseñanza que le permita identificar aspectos matemáticamente relevantes e indicadores de esos aspectos en las explicaciones y estrategias de los estudiantes.

La segunda destreza, interpretar la comprensión de los estudiantes, consiste en la capacidad de los profesores para razonar y reflexionar acerca de las estrategias de los estudiantes, vinculando las evidencias con un marco de análisis más general. El interés de esta destreza radica en indagar hasta qué punto el razonamiento del profesor es consistente tanto con los elementos matemáticamente relevantes de las estrategias de los estudiantes como con los resultados de investigación relativos al pensamiento matemático de los alumnos. El desarrollo de esta destreza también requiere de conocimiento matemático para la enseñanza, porque implica reconocer el entendimiento de los conceptos matemáticos que reflejan los elementos matemáticamente relevantes de las estrategias o las explicaciones de los estudiantes. En consecuencia, la falta de evidencia de esta destreza puede deberse a la omisión de los detalles significativos de las estrategias de los alumnos o a la no evocación del contenido matemático necesario para dar sentido a esos detalles.

La tercera destreza, decidir cómo responder sobre la base de la comprensión de los estudiantes, refiere al razonamiento desarrollado por los profesores para tomar decisiones de enseñanza que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes. Las decisiones pueden ser instantáneas o a largo plazo. A propósito, esta destreza no refiere a la ejecución de las respuestas, sino más bien al análisis de las respuestas previstas. Entonces, el interés radica en explorar si se utiliza el conocimiento de la comprensión de los estudiantes respecto de la situación específica y hasta qué punto el razonamiento empleado por los profesores es consistente con la investigación existente sobre el pensamiento matemático. Esta destreza requiere de conocimiento sobre el desarrollo matemático de los estudiantes, porque supone la capacidad de facilitar el siguiente paso o nivel de aprendizaje sobre la base de la comprensión de los conocimientos matemáticos evidenciada por los estudiantes, de modo que sea accesible pero desafiante para el pensamiento de los alumnos.

CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

La revisión bibliográfica que se presenta en este escrito está basada en el uso de internet (Aguilar y Zavaleta, 2012). Se rastrean múltiples revistas de divulgación científica, se consultan memorias de congresos y se acude a repositorios de tesis de maestrías y doctorados.

También se establece un contacto virtual con Salvador Llinares, que es el investigador referente de habla hispana en lo que refiere al constructo de mirada profesional.

Las siguientes palabras clave son las que se utilizaron para la realización de la búsqueda bibliográfica: mirada profesional (en inglés: *professional noticing*), pensamiento matemático de los estudiantes (en inglés: *students' mathematical thinking*), conocimiento del profesor (en inglés: *teacher knowledge*) y formación docente (en inglés: *teacher education*), entre otras. Se incluyen trabajos de investigación publicados entre 2000 y 2020, a menos que la antigüedad de los trabajos encontrados exceda los 20 años, pero tengan la suficiente relevancia como para ser incorporados a esta revisión.

LA MIRADA PROFESIONAL EN LA LITERATURA

En esta revisión se abordan trabajos de investigación que exploran o reportan experiencias de formación destinadas a desarrollar la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. En el primer apartado, si bien los trabajos revisados no incluyen una conceptualización teórica de la mirada profesional, ofrecen un primer acercamiento a los marcos metodológicos que se emplean para explorar las destrezas inherentes a esta habilidad: percibir, interpretar y decidir. En el segundo apartado, bajo una perspectiva teórica de la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes, los trabajos revisados se ocupan, específicamente, de caracterizar o examinar el desarrollo de esta habilidad en ámbitos de formación o profesionalización docente.

Percepción, interpretación y decisión

En este apartado se revisan los trabajos de Biza et al. (2007); Mouhayar y Jurdak (2013); Bartell et al. (2013); Magiera et al. (2013); Son (2013) y Wilson et al. (2013).

Biza et al. (2007) exploran la capacidad del profesor para percibir e interpretar los errores de los alumnos, así como para tomar decisiones que permitan superar esos errores, en torno a la resolución de una ecuación. Participan 53 profesores con distintos grados de formación docente y experiencia profesional. A partir de la respuesta de un alumno (11-12 años) a la tarea de resolver la ecuación $|x| + |x + 1| = 0$, a los participantes se les pide realizar la tarea, reflexionar sobre sus objetivos, examinar posibles errores del caso dado y proponer acciones para favorecer la comprensión de la temática involucrada. Para el análisis de los datos, se contrastan las respuestas de los participantes con las posibilidades matemáticas, pedagógicas y didácticas de la tarea planteada, que fueron previamente explicitadas por los investigadores. Los hallazgos de este estudio revelan dificultades de los participantes para percibir e interpretar errores de los estudiantes, así como para tomar decisiones que favorezcan el aprendizaje en torno a un problema de resolución de ecuaciones: *problemas matemáticos* (por ejemplo, considerar que el error del estudiante es elevar al cuadrado los dos miembros de la ecuación planteada), *problemas pedagógicos* (por ejemplo, proponer una solución sin alentar la participación o la discusión) y *problemas didácticos* (por ejemplo, proponer procedimientos estándar de resolución que implican una compleja e innecesaria manipulación algebraica). Se concluye que el tipo de tarea utilizado en esta investigación es una herramienta eficaz en el ámbito de la profesionalización o formación docente, tanto para percibir cuestiones de carácter matemático, pedagógico o didáctico del conocimiento del profesor como para favorecer la reflexión del docente con respecto a esas cuestiones.

Mouhayar y Jurdak (2013) indagan la destreza del profesor para percibir las estrategias e interpretar la comprensión matemática de los estudiantes en torno a problemas de generalización de patrones. Participan 83 profesores de secundaria en servicio. Se aplica un cuestionario, a partir de las respuestas escritas de cuatro alumnos de secundaria a dos

problemas de este tipo. Para la codificación de las respuestas de los participantes, se realiza un análisis *a priori* de las respuestas de los alumnos de secundaria incluidas en el cuestionario y se identifican tres aspectos matemáticamente relevantes de cada estrategia de resolución. Con respecto a la destreza de percibir, se analiza la forma en que los participantes describen la generalización algebraica y comparan las distintas estrategias utilizadas en cada tarea. Con relación a la destreza de interpretar, se clasifican las explicaciones de los participantes en tres categorías, según la cantidad de aspectos incluidos en cada explicación: *completa* (al menos dos aspectos), *parcialmente completa* (un aspecto) o *irrelevante* (ningún aspecto). Los resultados de este estudio muestran que las evidencias de cada destreza varían de acuerdo con el tipo de estrategia analizada, en consonancia con la dificultad que experimentan los estudiantes de secundaria para desarrollar cada una de estas. Se concluye los participantes presentan mayores dificultades para interpretar la comprensión matemática que para percibir las estrategias de los estudiantes.

Bartell et al. (2013) exploran la habilidad del maestro en formación para reconocer evidencias de la comprensión matemática de los alumnos sobre los números racionales, antes y después de implementar un programa de formación destinado a desarrollar esa habilidad. Participan 54 estudiantes para maestro. Se plantean tres tareas y tres respuestas de alumnos de primaria a cada tarea: una resta de decimales, una comparación de fracciones y una multiplicación de fracciones. A partir de estas tareas, se pide percibir las estrategias e interpretar la comprensión matemática de los alumnos. Se clasifican las respuestas de los participantes en cuatro niveles de evidencia, a partir de un análisis conjunto de las destrezas de percibir e interpretar: *buena evidencia*, *alguna evidencia*, *sin evidencia* y *evidencia errónea*. Una respuesta se categoriza en *buena evidencia* si incluye conceptos adecuados y conclusiones correctas; en *alguna evidencia* si incluye conceptos adecuados, pero conclusiones erróneas; en *sin evidencias* si incluye comentarios genéricos o simples descripciones, y en *evidencias erróneas* si denota una mala comprensión de los conceptos matemáticos involucrados. Los resultados de este estudio revelan que el conocimiento del contenido matemático del estudiante para maestro enriquece el análisis de la comprensión de los alumnos, pero que este conocimiento no asegura que el futuro maestro sea capaz de percibir evidencias de la comprensión de los estudiantes.

Magiera et al. (2013) indagan la habilidad del profesor en formación para percibir las estrategias e interpretar las características del pensamiento algebraico de los estudiantes. Participan 18 estudiantes para profesor, quienes analizan una selección de producciones escritas y entrevistas videograbadas de un alumno de secundaria con respecto a problemas de generalización de patrones lineales y cuadráticos. Se preestablecen siete características del pensamiento algebraico: por ejemplo, organización de la información, predicción de patrones, realización de representaciones y descripción de reglas. A partir de estas características, se consideran tres categorías de percepción e interpretación para cada una de estas, según el grado en que las respuestas de los participantes revelan aspectos de la característica apropiada en cada caso: *competente*, *emergente* o *sin evidencias*. Los resultados de este estudio muestran que la habilidad de los profesores en formación para percibir las estrategias e interpretar el pensamiento algebraico de los alumnos depende de las características del pensamiento algebraico de los propios participantes.

Son (2013) explora las interpretaciones y las decisiones de estudiantes para maestro y profesor en torno a un problema de semejanza de rectángulos. Participan 31 estudiantes para maestros y 26 estudiantes para profesor. Se plantean dos tareas para la recogida de datos: en la primera tarea se presentan dos rectángulos semejantes y se pide hallar la medida del lado que falta, en la segunda tarea se presenta una respuesta errónea a ese problema, en la que se evidencia un razonamiento aditivo en lugar de un razonamiento proporcional, a partir de la

que se pide analizar la respuesta dada y describir cómo se actuaría ante ese caso. Las respuestas de los participantes se clasifican en tres categorías, según el tipo de error identificado: *errores conceptuales*, *errores procedimentales* y *errores mal detectados*. Los hallazgos de este estudio muestran que la ausencia de conocimiento sobre el tópico involucrado en las tareas propuestas conduce a la interpretación y proposición de acciones inadecuadas, por lo que el conocimiento matemático limita el desarrollo de las destrezas de percibir, interpretar y decidir en torno al pensamiento matemático de los alumnos. Asimismo, se reporta que un buen conocimiento matemático no garantiza una buena práctica docente y que no existe una relación positiva entre el conocimiento de los maestros y su quehacer pedagógico. Se concluye que la destreza de interpretar depende de la destreza de percibir y que requiere tanto del conocimiento del contenido como del conocimiento pedagógico del contenido para conectar las estrategias analizadas con la comprensión de los alumnos y decidir acciones para favorecer la enseñanza.

Wilson et al. (2013) estudian la destreza de los maestros para analizar respuestas de alumnos en torno a problemas de reparto. Participan 56 maestros que forman parte de un programa de formación sobre la comprensión de la equivalencia de fracciones en el que se aborda la trayectoria de aprendizaje *EquiPartitioning Learning Trajectory* (EPLT). Para la recogida de datos, se propone la realización y el análisis de dos entrevistas clínicas entre cada participante y uno de sus estudiantes resolviendo un problema de reparto, una antes y otra después de abordar la trayectoria de aprendizaje en cuestión, así como una entrevista final entre cada maestro y los investigadores. En el análisis de los datos, se observa si los participantes, en el transcurso y análisis de cada entrevista, describen evidencias de la comprensión matemática del alumno, comparan esas evidencias con el conocimiento del profesor e infieren un modelo de pensamiento matemático del estudiante, así como la relación que existe entre las respuestas de los participantes y los estadios de comprensión considerados en la trayectoria de aprendizaje EPLT. Los resultados obtenidos sugieren que las destrezas de describir, comparar e inferir, ligadas al uso de una trayectoria de aprendizaje sobre un tópico matemático en particular, favorecen la construcción de modelos de pensamiento matemático de los estudiantes que enriquecen y reconstruyen el conocimiento matemático de los participantes.

Caracterización y desarrollo de la mirada profesional

En este apartado se revisan los trabajos de Jacobs et al. (2010); Fernández et al. (2011); Sánchez–Matamoros et al. (2012); Schack et al. (2013); Sánchez–Matamoros et al. (2015); Walkoe (2015); Ivars y Fernández (2018) y Zapatera (2019).

Jacobs et al. (2010) describen una trayectoria para el desarrollo de la mirada profesional en torno a problemas elementales de estructura aditiva y multiplicativa. Participan 36 estudiantes para maestro y 95 maestros con diferentes grados de experiencia. Se muestra un video en el que alumnos de 6 y 7 años resuelven correctamente un problema aditivo de diversas maneras y la producción escrita de tres alumnos de esta edad que resuelven un problema multiplicativo con estrategias que denotan distinto grado de comprensión. Luego, se aplica un cuestionario en el que se pide la descripción de las respuestas de los alumnos, lo que se ha aprendido acerca de la comprensión de los alumnos y el tipo de problemas que se debería plantear a partir de las respuestas de los alumnos. Para el análisis de la destreza de percibir, los autores identifican elementos matemáticos relevantes en las respuestas de los alumnos (por ejemplo, las herramientas empleadas para representar cantidades) y codifican las respuestas en dos niveles, según los elementos matemáticos considerados por los participantes en el cuestionario. Para analizar las destrezas de interpretar y decidir, se codifican las respuestas en tres niveles, según el grado en que los participantes consideran los elementos matemáticos de las estrategias de los alumnos para inferir el pensamiento

matemático de los alumnos y según el grado en que los participantes se refieren a la comprensión matemática de los alumnos para tomar decisiones. Los resultados de este estudio proporcionan indicadores de desarrollo de la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. Los hallazgos obtenidos también revelan que la destreza de percibir está más desarrollada que la destreza de interpretar y que la destreza de interpretar está más desarrollada que la destreza de decidir. Se concluye que la experiencia en la enseñanza no garantiza el desarrollo de la mirada profesional y que existe una relación de dependencia entre las destrezas de esta habilidad.

Fernández et al. (2011) exploran el desarrollo de la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes en el dominio específico del razonamiento proporcional. Participan 39 estudiantes para maestro que están cursando el último semestre de la formación docente. Se seleccionan cuatro problemas (dos proporcionales y dos no proporcionales) y las respuestas de seis alumnos de primaria a cada uno de estos, que utilizan procedimientos sin sentido o que se enmarcan en cierto perfil de una trayectoria de aprendizaje (por ejemplo, Fernández y Llinares, 2010). A partir de cada respuesta a cada problema, los maestros en formación responden un cuestionario en el que se les pide percibir las estrategias utilizadas, interpretar la comprensión matemática de los alumnos y explicar cómo actuarían si fueran los maestros de estos alumnos. Para analizar las respuestas de los participantes, se preestablecen los elementos matemáticos significativos de las situaciones planteadas y se explora si los futuros maestros aluden a estos elementos y los utilizan para corregir las respuestas analizadas, estableciéndose cuatro categorías de respuestas. Los hallazgos de esta investigación aportan insumos para describir y comprender el desarrollo de la mirada profesional del futuro maestro en el ámbito de la proporcionalidad. Asimismo, los resultados obtenidos evidencian que el conocimiento matemático, aunque necesario, no es suficiente para mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los alumnos. Se destaca la importancia de favorecer la percepción de los elementos matemáticamente relevantes de las estrategias de los alumnos y la capacidad de relacionar esos elementos con el razonamiento matemático de los alumnos, que son destrezas de la mirada profesional.

Sánchez–Matamoros et al. (2012) caracterizan el desarrollo de la mirada profesional del pensamiento matemático de los estudiantes en el tópico de la derivada. Participan 30 estudiantes para profesor con una sólida formación en matemática. Se plantean extractos de entrevistas y respuestas escritas de tres alumnos de bachillerato a tres problemas relacionados con el concepto de derivada. Los problemas seleccionados requieren relacionar aspectos matemáticamente relevantes del concepto de derivada en diferentes modos de representación y las respuestas de los alumnos de bachillerato evidencian distintos niveles de comprensión del concepto de derivada, según una trayectoria de aprendizaje de este concepto (García et al., 2011). García et al., 2011A partir de estos insumos, se plantea un cuestionario en el que se pide percibir los elementos matemáticamente relevantes en las respuestas de los alumnos, interpretar la comprensión de los alumnos a partir de los elementos percibidos y tomar decisiones de acción para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Para analizar las respuestas de los participantes se codifican en niveles las tres destrezas de la mirada profesional, según los elementos matemáticos identificados, los estadios de comprensión interpretados y el tipo de acciones que describen los participantes. A partir de un análisis conjunto de las destrezas de percibir e interpretar, los resultados de este estudio dejan al descubierto seis niveles de desarrollo de la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los alumnos en torno al concepto de derivada. Los hallazgos de este trabajo también revelan que tener conocimiento matemático del concepto de derivada no implica ser capaz ni de percibir la forma en que ese contenido aparece en la estrategia de resolución de un alumno de bachillerato ni de generar información acerca de la comprensión

de ese concepto.

Schack et al. (2013) examinan el desarrollo de la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes en la introducción a la aritmética. Participan 94 maestros inscritos en un curso de métodos matemáticos elementales. A partir de una trayectoria de aprendizaje sobre conteo y secuencia numérica (*Stages of Early Arithmetic Learning*, SEAL), se diseña y se implementa un programa de formación de cinco sesiones para trabajar las tres destrezas de la mirada profesional, en el marco del curso de matemática en el que están inscritos los participantes. En la primera sesión se discuten las diferentes estrategias de resolución de una tarea en particular, en la segunda sesión, a partir de videos en los que niños de 6 años resuelven problemas aditivos, se pide percibir aspectos relevantes de las estrategias empleadas por los niños para resolver este tipo de problemas, en la tercera y cuarta sesión se pide utilizar los aspectos identificados para interpretar la comprensión matemática de los niños y en la última sesión se pide proponer acciones para mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Para las destrezas de percibir e interpretar, se codifican las respuestas en cuatro categorías, según el grado en que los participantes consideran los procesos cognitivos involucrados en la trayectoria SEAL y según las etapas de esta trayectoria que mencionan los participantes al interpretar la comprensión matemática de los estudiantes. Para la destreza de decidir, se codifican las respuestas en cuatro categorías, según los requerimientos cognitivos de los problemas o tareas que sugieren los participantes al realizar el análisis solicitado. Los hallazgos de este estudio sugieren la eficacia de un programa de formación destinado a promover la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes para maestro, en el área de la aritmética temprana. En particular, el uso de videos con extractos de clases para analizar se presenta como un entorno apropiado y eficaz para el desarrollo de esta habilidad.

Sánchez–Matamoros et al. (2015) exploran la habilidad de percibir y de interpretar evidencias de la comprensión matemática de los estudiantes en torno al concepto de derivada, en el marco de un programa de formación destinado al desarrollo de esa habilidad. En esta investigación, participan ocho profesores en formación que cursan Didáctica de la Matemática. Se diseña un módulo de enseñanza que se desarrolla durante siete semanas en sesiones semanales de dos horas cada una. En la primera sesión se aplica un cuestionario sobre la derivada de una función en un punto (Sánchez–Matamoros et al., 2012), mientras que en la última sesión se aplica otro cuestionario sobre la función derivada. En las cinco sesiones restantes se presenta información relativa a las demandas cognitivas de las tareas y las características de la comprensión del concepto de derivada en estudiantes de bachillerato. Los futuros profesores disponen de información teórica para resolver en parejas las tareas propuestas y cada sesión finaliza con una puesta en común del trabajo realizado por todo el grupo. Del análisis de las respuestas de los participantes a ambos cuestionarios surgen tres niveles de desarrollo de la habilidad de percibir y de interpretar evidencias de comprensión del concepto de derivada. Los resultados de este estudio sugieren que el módulo de enseñanza diseñado favorece el desarrollo de la capacidad de los profesores en formación para interpretar la comprensión del concepto de derivada evidenciada por los estudiantes de bachillerato al resolver actividades que involucran ese concepto. En particular, se señala que los futuros profesores identifican un mayor número de elementos matemáticos al finalizar su participación en este módulo. Se concluye que la capacidad de mirar con más detalle las respuestas de los estudiantes, distinguiendo entre lo que es relevante y lo que es irrelevante para el aprendizaje, se convierte en indicadores de esta habilidad.

Walkoe (2015) explora la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento algebraico de los estudiantes, en el transcurso de un módulo de formación docente basado en el uso de videoclips. Participan en este estudio siete estudiantes para maestro que observan y

discuten extractos de clases de álgebra durante un período de ocho semanas. En particular, a los participantes se les pide seleccionar momentos de cada video en los que se muestren evidencias de pensamiento algebraico de los estudiantes y se les pide que describan lo que observan. Se realiza esta dinámica sobre la base de un marco de pensamiento algebraico diseñado por los investigadores para estructurar las discusiones de los videoclips y favorecer el desarrollo de esa habilidad. Para la recogida de datos, se organiza una reunión semanal con todos los participantes y se formulan preguntas con distinto grado de especificidad para guiar la discusión entre los participantes. Para el análisis de los datos, se segmenta la transcripción de cada sesión presencial en *unidades de ideas* o *conversaciones* y se exploran dos aspectos de cada una de estas: la profundidad con la que los participantes exploran el pensamiento algebraico de los estudiantes y el grado en que las ideas de los participantes están relacionadas con el marco de pensamiento algebraico. Los resultados de la investigación sugieren que la implementación de un módulo de formación, enfocado en la discusión de fragmentos de videos sobre clases de álgebra, amplía la visión del álgebra de los participantes y favorece el desarrollo de la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento algebraico de los estudiantes.

Ivars y Fernández (2018) exploran el rol de las narrativas (Chapman, 2008) en el desarrollo de la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. Participan 22 estudiantes para maestro que están cursando el último año de formación docente. Este estudio se realiza mientras los participantes realizan la práctica docente, que consta de dos semanas de observación y de seis semanas para diseñar e implementar una unidad didáctica. Se piden dos narrativas centradas en la comprensión matemática de los alumnos, una al concluir el período de observación y otra al término de la práctica de enseñanza. Se pide describir detalladamente la situación de enseñanza y aprendizaje (por ejemplo, los contenidos involucrados en la tarea y las respuestas de algunos alumnos), interpretar la situación (por ejemplo, indicar objetivos matemáticos y respuestas de alumnos que dan cuenta de esos objetivos) y completar la situación (por ejemplo, señalar cómo continuar para apoyar a los estudiantes en su desarrollo conceptual). Los estudiantes para maestro reciben una devolución de un tutor al finalizar la primera narrativa. Para el análisis de las narrativas, se codifican las respuestas de los participantes según el grado en que se consideran detalles matemáticamente importantes de las respuestas analizadas, se infiere la comprensión de los estudiantes y se vincula esa comprensión con los detalles matemáticos específicos de cada situación, así como según el grado en que se anticipan tareas específicas para próximas situaciones de enseñanza. Los resultados sugieren que las narrativas escritas por los estudiantes para maestro, durante el período de prácticas, les ayuda no solamente a teorizar la práctica, sino también a centrar la mirada en aspectos relevantes de las situaciones de aula y, por tanto, a desarrollar la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes.

Zapatera (2019) indaga el desarrollo de la habilidad de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes en el dominio específico de la generalización de patrones. Participan 20 estudiantes para maestro que cursan la asignatura Aprendizaje y Didáctica de la Matemática, correspondiente al tercer curso del grado de maestro en educación primaria. Se aplican dos cuestionarios: en el primer cuestionario se pide resolver tres problemas de generalización de patrones, en el segundo cuestionario se pide analizar las respuestas de tres alumnos de enseñanza primaria a esos tres problemas. Estas respuestas dan cuenta de distintos niveles de comprensión de la generalización de patrones según una trayectoria de aprendizaje (Callejo y Zapatera, 2017). Para el análisis de las destrezas de percibir y de interpretar, se tiene en cuenta si los maestros en formación, al describir las estrategias de los alumnos, reconocen los elementos matemáticamente relevantes de la generalización de patrones y si los utilizan para interpretar la comprensión de los alumnos.

Para el análisis de la destreza de decidir, se tiene en cuenta si las acciones propuestas por los futuros maestros refieren a los elementos matemáticos y los aspectos cognitivos relevantes para superar las dificultades o ampliar los conocimientos de los alumnos. Los resultados de este estudio permiten identificar y caracterizar cuatro niveles de desarrollo de la mirada profesional en el contexto de la generalización de patrones. Estos hallazgos confirman el carácter progresivo de las tres destrezas de la mirada profesional, en el sentido de que para decidir acciones basadas en el pensamiento matemático de los alumnos es conveniente interpretar primero su comprensión y que estas interpretaciones se apoyan en la identificación de los elementos matemáticamente significativos en las respuestas de los estudiantes. También se destaca que decidir constituye una mayor dificultad que percibir e interpretar, sumado a que esta dificultad aumenta ante la respuesta de un alumno que evidencia comprensión del proceso de generalización.

CONSIDERACIONES FINALES

La revisión realizada muestra que la habilidad de mirar profesionalmente, entendida como la capacidad del profesor para percibir las estrategias de los estudiantes, interpretar la comprensión matemática de los estudiantes y decidir a partir de esa comprensión, se trata de una habilidad que puede ser explorada o desarrollada en ámbitos de formación o profesionalización docente de enseñanza primaria o secundaria. En la mayoría de los trabajos reportados que abordan esta habilidad participan futuros maestros (Fernández et al., 2011; Bartell et al., 2013; Walkoe, 2015; Ivars y Fernández, 2018; Zapatera, 2019), aunque también se reportan trabajos en que participan futuros profesores (Sánchez–Matamoros et al., 2012; Magiera et al., 2013; Sánchez–Matamoros et al., 2015), maestros en servicio (Wilson et al., 2013; Schack et al., 2013) o profesores en servicio (Biza et al., 2007; Mouhayar y Jurdak, 2013).

En general, las destrezas inherentes a la mirada profesional se exploran en torno a un tópico o un dominio de la matemática en particular: por ejemplo, respecto de la aritmética (Jacobs et al., 2010; Schack et al., 2013), el álgebra (Magiera et al., 2013; Walkoe, 2015), la generalización de patrones (Mouhayar y Jurdak, 2013; Zapatera, 2019), los números racionales (Bartell et al., 2013; Wilson et al., 2013), la proporcionalidad (Fernández et al., 2011; Son, 2013) o el concepto de derivada (Sánchez–Matamoros et al., 2012; Sánchez–Matamoros et al., 2015). En algunos de estos trabajos se examinan las destrezas de percibir y de interpretar (por ejemplo, Sánchez–Matamoros et al., 2015; Walkoe, 2015), mientras que en otros se agrega la destreza de decidir (por ejemplo, Schack et al., 2013; Ivars y Fernández, 2018; Zapatera, 2019).

Para la recolección de datos, a menudo se proponen producciones escritas de estudiantes o registros de entrevistas entre docentes y alumnos para su análisis por parte de los participantes (Biza et al., 2007; Fernández et al., 2011; Sánchez–Matamoros et al., 2012; Mouhayar y Jurdak, 2013; Son, 2013; Sánchez–Matamoros et al., 2015; Zapatera, 2019). En menor proporción se utilizan extractos de clases videograbadas (Walkoe, 2015), entrevistas uno a uno entre docentes participantes y estudiantes o entre docentes participantes e investigadores (Magiera et al., 2013), así como narrativas (Ivars y Fernández, 2018) o una combinación de estos instrumentos (Jacobs et al., 2010; Bartell et al., 2013; Wilson et al., 2013; Schack et al., 2013). En particular, la selección de las producciones de los alumnos que se les ofrece a los participantes para analizar responde a distintos criterios: en algunos casos se eligen respuestas de alumnos a tareas aisladas que contienen un error puntual (Biza et al., 2007; Son, 2013) o involucran variadas estrategias de resolución (Mouhayar y Jurdak, 2013; Bartell et al., 2013; Magiera et al., 2013; Jacobs et al., 2010), en otros casos se seleccionan respuestas de alumnos que denotan distintos estadios de comprensión del tópico en cuestión

con respecto a una trayectoria de aprendizaje (Wilson et al., 2013; Schack et al., 2013) o un marco conceptual específico (Fernández et al., 2011; Sánchez–Matamoros et al., 2015; Walkoe, 2015; Zapatera, 2019).

Para la codificación de datos, se establecen categorías de respuesta con distintos grados de evidencia de cada destreza de la mirada profesional. En general, las descripciones de estas categorías están ligadas a las etapas de una trayectoria de aprendizaje (Wilson et al., 2013; Schack et al., 2013) o a los elementos matemáticamente relevantes y a los estadios de comprensión preestablecidos por los investigadores (Fernández et al., 2011; Sánchez–Matamoros et al., 2012, Sánchez–Matamoros et al., 2015). En menor proporción, estas descripciones se limitan a expresiones genéricas que pueden resultar vagas o poco operativas: por ejemplo, «incluye conceptos adecuados y conclusiones correctas» (Bartell et al., 2013).

Entre los principales hallazgos de los trabajos revisados, se destaca la relación de dependencia que se establece entre las tres destrezas de la mirada profesional, en el sentido de que decidir requiere interpretar y que interpretar requiere percibir (Fernández et al., 2011; Jacobs et al., 2010; Schack et al., 2013; Sánchez–Matamoros et al., 2012; entre otros); aunado a que existen evidencias de que la destreza de percibir está más desarrollada que la destreza de interpretar y que la destreza de interpretar está más desarrollada que la destreza de decidir (por ejemplo, Sánchez–Matamoros et al., 2012). Los trabajos revisados también revelan que el conocimiento matemático es necesario, pero no suficiente para mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Bartell et al., 2013; Fernández et al., 2011; Son, 2013; entre otros). Por último, esta revisión revela que se puede categorizar el desarrollo de la mirada profesional, en torno a un tópico en particular, mediante descriptores que muestren los saltos cognitivos necesarios para pasar de un nivel a otro superior (Fernández et al., 2011; Sánchez–Matamoros et al., 2012; Zapatera, 2019; entre otros).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar, M. S. y Zavaleta, J. G. M. (2012). Un método para realizar una búsqueda bibliográfica en didáctica de las matemáticas. En A. Rosas y A. Romo (Eds.), *Metodología en Matemática Educativa; Visiones y reflexiones* (pp. 29-39). Lectorum.
- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bartell, T., Webel, C., Bowen, B. y Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 57–79.
- Biza, I., Nardi, E. y Zacharides, T. (2007). Using tasks to explore teacher knowledge in situation–specific contexts. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4), 301–309.
- Callejo, M. y Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 309–333.
- Chapman, O. (2008). Narratives in mathematics teacher education. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (Vol. 2, pp. 15–38). Sense Publishers.
- Fernández, C. y Llinares, S. (2010). Evolución de los perfiles de los estudiantes de Primaria y Secundaria cuando resuelven problemas lineales. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática xiv* (pp. 281–290). SEIEM.

- Fernández, C., Valls, J. y Llinares, S. (2011). El desarrollo de un esquema para caracterizar la competencia docente mirar con sentido el pensamiento matemático de los estudiantes. En M. Marín, G. Fernández, L. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática xv* (pp. 351–360). SEIEM.
- García, M., Llinares, S. y Sánchez–Matamoros, G. (2011). Characterizing thematized derivative schema by the underlying emergent structures. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(5), 1023–1045.
- Ivars, P. y Fernández, C. (2018). The Role of writing narratives in developing pre–service Elementary teachers' noticing. En G. Stylianides y K. Hino (Eds.), *Research Advances in the Mathematical Education of Preservice Elementary Teachers* (pp. 245–259). Springer.
- Jacobs, V., Franke, M., Carpenter, T., Levi, L. y Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258–288.
- Jacobs, V., Lamb, L. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202.
- Magiera, M., van den Kieboom, L. y Moyer, J. (2013). An exploratory study of pre–service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 93–113.
- Sánchez–Matamoros, G., Fernández, C. y Llinares, S. (2015). Developing pre–service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(6), 1305–1329.
- Sánchez–Matamoros, G., Fernández, C., Valls, J., García, M. y Llinares, S. (2012). Cómo estudiantes para profesor interpretan el pensamiento matemático de los estudiantes de bachillerato. La derivada de una función en un punto. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. Penalva, F. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática xvi* (pp. 497 – 508). SEIEM.
- Schack, E., Fisher, M., Thomas, J., Eisenhardt, S., Tassell, J. y Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(5), 379–397
- Son, J. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 49–70.
- Walkoe, J. (2015). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(6), 523–550.
- Wilson, P., Mojica, G. y Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 32(2), 103–121.
- Zapatera, A. (2019). Descriptores del desarrollo de la mirada profesional en el contexto de la generalización de patrones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(65), 1464–1486.