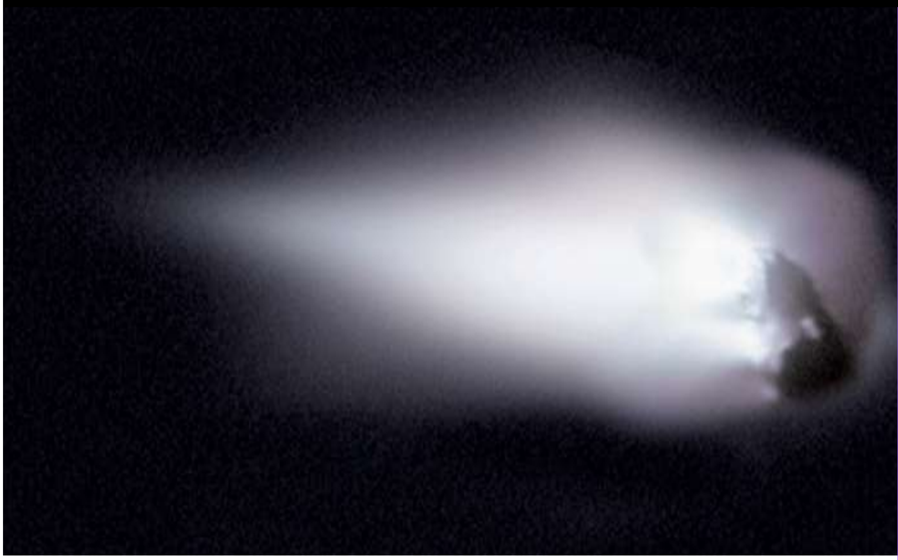
Vínculos entre el cometa Halley y la Gravitación Universal



Mecánica – CeRP del Sur –2021

Profesor: Andrés Pazos

Alejandro Rossella

Índice

Introducción.

Quien fue Edmond Halley. Algunos datos biográficos.

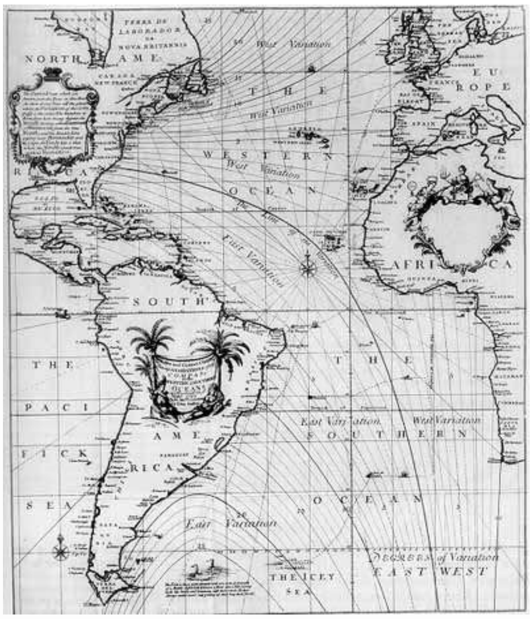
Edmond Halley, hijo de un acaudalado fabricante de jabón, nació el 8 de noviembre de 1656 en Haggerston (Londres), ingresó a la Universidad de Oxford en 1673, dedicándose a estudios matemáticos y astronómicos.

En la década de los 1680, Halley persuadió (y ayudó monetariamente) a su amigo Isaac Newton para que publicara los *“Principia”*.[1] Por lo tanto, Halley estaba muy al corriente de las predicciones de la teoría de la Gravitación Universal y sobre las órbitas de los cometas que debían hacerlos visitar el entorno solar de manera periódica. Sólo los objetos más rápidos podrían escapar a la gravitación solar.

Es considerado el inventor de las tablas de mortalidad. La primera de estas tablas, desarrollada de manera lógica, está basada en los registros de nacimientos y muertes de la ciudad de Breslau durante los años 1687 a 1691.

En 1691, ayudó en la construcción de una campana de buceo que pudo probar en el río Támesis. Gracias a esta campana de buceo, Halley pudo estar sumergido durante más de una hora y media.

Después de calcular sus tablas de mortalidad, viajó mucho, realizando estudios de astronomía y magnetismo terrestre de 1698 a 1702.



Mapa de declinación magnética, 1701.

[1] Halley practicaba la poesía latina. En la edición de 1713, los *Principia* de Newton van encabezados por unos versos en latín del propio Halley en los que alaba los descubrimientos realizados por su amigo.

En 1703 fue nombrado profesor de Geometría de la Universidad de Oxford. Desarrolló un método para estimar con precisión la distancia de la Tierra al Sol utilizando los tránsitos de Venus. Identificó el movimiento propio de varias estrellas e impulsó la medida de su paralaje.

En 1705, Edmond Halley, después de haber calculado las órbitas parabólicas de 24 cometas observados desde 1337 hasta 1698, en su análisis de la lista encontró que los cometas de 1531, 1607 y 1682 se movían en órbitas casi idénticas y estaban separados por intervalos de aproximadamente 75 años, por lo que dedujo que era el mismo cuerpo celeste. Fue la primera persona en darse cuenta de que este cometa era periódico. A partir de esta información, predijo que el cometa reaparecería a finales de 1758 o principios de 1759. Por estos cálculos sobre su órbita, dicho cometa fue bautizado Halley en su honor.

En 1720, sucedió a John Flamsteed (primer astrónomo real) del cual era su ayudante desde los 19 años de edad, en la dirección del observatorio astronómico de Greenwich.

Fue miembro de la Royal Society desde 1678 (el monarca Carlos II de Inglaterra otorgó una carta a la organización informal de filósofos naturales que se llamaba *"Universidad Invisible"*, que luego se desarrolló y pasó a llamarse Royal Society of London). En 1725, luego de la muerte de Carlos II, en su honor, Halley nombró a la estrella alfa de los Lebreles como Cor Caroli (corazón de Carlos).[2]
Murió en la ciudad de Greenwich, el 14 de enero de 1742.

Breve reseña sobre el cometa Halley (1P/Halley).

Un poco de historia… y presente.

Algunas evidencias sugieren que un acontecimiento celestial visto por los antiguos griegos podría ser el primer avistamiento del cometa Halley.

Según escritores antiguos, un gran meteorito se estrelló en el norte de Grecia en el siglo V antes de Cristo.
Los autores también describieron haber visto un cometa en el cielo en el momento en que el meteorito cayó a la Tierra, pero este detalle ha recibido poca atención, afirmaron expertos en setiembre de 2010.
El cometa Halley habría sido visible durante unos 80 días en 466 a.C., según los investigadores en la publicación científica Journal of Cosmology.
La publicación científica New Scientist informó que, hasta el 2010, el primer avistamiento probable del cometa fue en el año 240 a.C., un suceso registrado por astrónomos chinos.

---

[2] Algunas fuentes afirman que fue en honor a Carlos I.

Si los estudios se confirman (aun en revisión), los investigadores de la Brigham Young University, en Utah, Estados Unidos, habrían conseguido hacer retroceder 226 años, la fecha de la primera observación del cometa Halley, de la que se tiene registro.

A finales del siglo XI, el cometa Halley es representado en un tapiz de Bayeux. Muestra al rey Harold de Inglaterra en la batalla de Hastings donde murió en 1066. Esta aparición del cometa se tomó en Inglaterra como un augurio de muerte.

En su obra Meteorología, Aristóteles escribió acerca del evento alrededor de un siglo después de que ocurriera.
El astrónomo Eric Hintz y el filósofo Daniel Graham, ambos de la Brigham Young University, reconstruyeron la trayectoria probable del cometa Halley, para ver si coincidía con las observaciones antiguas.

Calcularon entonces, que el cometa Halley podría haber sido visible durante aproximadamente 80 días entre principios de junio y finales de agosto en el año 466 a.C., dependiendo de las condiciones atmosféricas y la oscuridad del cielo.
"Es difícil retroceder tan lejos en el tiempo”, indicó Eric Hintz a la BBC. "Pero nos sentimos bien sobre el cálculo. Si (la observación de los astrónomos chinos en el 240 a.C.) es aceptada, este avistamiento tiene una posibilidad bastante sólida".

La reconstrucción de la trayectoria del cometa sería coincidente con los informes antiguos que dicen que el cometa fue visible durante unos 75 días.
Posteriormente existieron múltiples registros de la aparición de este cuerpo celeste.

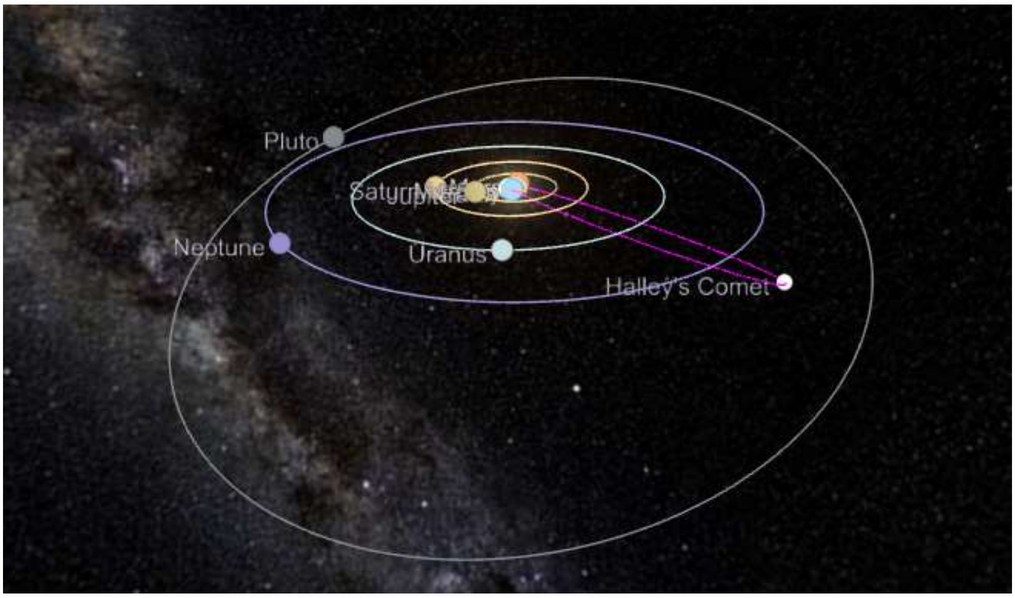
Luego de la predicción de Edmond Halley, el regreso del cometa Halley en 1759 no pudo ser observada por él ni por Newton (ya fallecidos) pero constituyó en su momento un notable triunfo de la teoría de Newton. Aún hoy, aquella reaparición, como la de todos los cometas, sigue siendo una bella ilustración de la capacidad predictiva de la ciencia.

En su última aparición, en 1986, una flota internacional de sondas espaciales se encontró con el cometa para un estudio sin precedentes desde una variedad de puntos estratégicos. La flota científica incluía las sondas espaciales Suisei y Sakigake de Japón, Vega 1 y Vega 2 de la Unión Soviética (reutilizadas después de una exitosa misión Venus), la sonda espacial internacional ISEE-3 (ICE) y la Giotto de la Agencia Espacial Europea. Pioneer 7 y Pioneer 12 de la NASA también contribuyeron con la abundancia de datos científicos recopilados.

Características generales.

El cometa Halley es un cometa de período corto (menor a 200 años) aunque se estima que, originalmente, no era así pues procede de la Nube de Oort. Con el paso del tiempo fue atraído gravitacionalmente por los gigantes gaseosos del Sistema Solar y su órbita se acortó quedando atrapado en el interior de dicho sistema, lo cual explica su gran excentricidad.

Fue el primer cometa reconocido como periódico y por ello lleva el prefijo 1P.
Su órbita es retrógrada (de sentido contrario a la de los planetas) y forma un ángulo de 17,74 grados respecto a la eclíptica.
Su perihelio, la menor distancia al Sol, es de 0,59 au, entre las órbitas de Mercurio y Venus, mientras que su afelio, la mayor distancia al Sol, es de 35,25 au, cercana a la distancia de la órbita de Plutón, teniendo estos valores algunas variaciones entre una aparición y otra.



Posición estimada actual, Oct.2021, del cometa Halley.

Las dimensiones del Halley son de, aproximadamente, 16 por 8 por 8 kilómetros.
A pesar de tener apariciones muy brillantes, es uno de los objetos más oscuros o menos reflectantes del Sistema Solar. Tiene un albedo de 0,03, lo que significa que refleja solo el 3% de la luz que incide sobre él.

Marco Teórico.
Fuerzas centrales aplicadas a los movimientos keplerianos.

Supongamos una partícula de masa m sometida a una fuerza central de atracción: $F(r) = -G.m.M / r^2$. Esta fuerza deriva del potencial central,

$$U(r) = -G.m.M / r$$

Si además M >> m podemos despreciar el movimiento de M y considerarla fija en el centro de masas. De lo contrario debemos tener presente que r es una separación relativa y además reemplazar la masa m por la masa reducida en todas las ecuaciones subsiguientes (salvo en la ley de Gravitación propiamente dicha).

En lo que sigue, la hipótesis es que M representa la masa solar y m la de cualquier cuerpo que se desplaza en nuestro sistema solar (m << M) bajo la atracción de la gravedad solar exclusivamente, <u>como en este caso que nos ocupa (m: masa del cometa 1P/Halley, M: masa del sol)</u>. Sin embargo, el tratamiento es extensible a cualquier potencial central del tipo 1 / r.

Trayectorias.

Utilizando el cambio de variable u = 1/ r, la ecuación radial queda (definiendo la constante γ = G.m.M):

$$u'' + u - (m/l^2).\ \gamma = 0$$

Donde l es la expresión escalar de la constancia de la cantidad de movimiento angular en este tipo de movimiento $l = m.r^2.\acute{\varnothing}$,

y donde definimos la constante p, a la cual le asignaremos un significado geométrico más adelante, como $p = l^2 / (m.\gamma) = l^2 / (m^2.M.G)$,

en términos de la cual la ecuación anterior queda $u'' + u = 1 / p$

Esta ecuación es la de un oscilador forzado por una fuerza constante. Su solución es del tipo:

$$1 / r = 1 / p + A.\cos\varnothing$$

Donde A es una constante de integración y se ha hecho una elección apropiada de ejes para hacer la otra constante de integración igual a cero. Esta ecuación representa una sección cónica en coordenadas polares. La forma canónica de la misma es:

$$r = p / (1 + \varepsilon.\cos\varnothing)$$

donde la constante ε es la excentricidad y p el parámetro de la cónica.
Por lo tanto, esto es lo que dice la Primera Ley de Kepler:

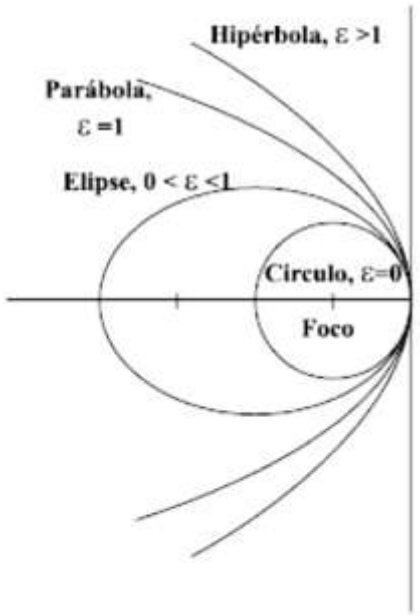
La trayectoria de un cuerpo en el sistema solar es una sección cónica con el sol en un foco.

La excentricidad es una constante no negativa que determina el tipo de cónica de que se trate ($\varepsilon > 1, \varepsilon = 1, 0 < \varepsilon < 1, \varepsilon = 0$ corresponden a hipérbola, parábola, elipse y circunferencia respectivamente).
Para el caso de una elipse ($0 < \varepsilon < 1$) los semiejes mayor y menor (α y b respectivamente) están dados por:

$$a = p / (1 - \varepsilon^2) \qquad b = p / \sqrt{(1 - \varepsilon^2)}$$

De estas ecuaciones se desprende además que:

$$p = b^2 / a \qquad \varepsilon^2 = 1 - (b^2 / a^2)$$



El área de una elipse es π.a.b. El tiempo que emplea el radio vector en barrer toda esta área es el período T. Dado que (de acuerdo a la Segunda Ley de Kepler) el radio vector barre áreas a la velocidad constante de l / (2.m), el período es:

$$T = \frac{\pi . a . \sqrt{(a.p)}}{l / (2.m)}$$

donde hemos eliminando el semieje menor $b = \sqrt{(a.p)}$. Usando la definición de p y elevando al cuadrado tenemos:

$$T^2 = \frac{4.\pi^2}{G.M} . a^3$$

Entonces, en el caso de una órbita elíptica, esto es lo que dice la Tercera Ley de Kepler:

El período al cuadrado es proporcional al semieje mayor al cubo.
La constante de proporcionalidad es la misma para cualquier móvil, pues sólo depende del campo de fuerza y vale $\left[\frac{4.\pi^2}{G.M}\right]$ (G: constante de gravitación universal, M: masa del Sol).

Verificación de la Tercera Ley de Kepler.

Datos experimentales de la órbita del cometa Halley (1P/Halley)
N.A.S.A, 17/2/1994.

1P/Halley
Classification: Halley-type Comet* [NEO] **SPKID:** 1000036 **Related Links:** Ephemeris

Orbit Viewer [show]

Orbit Parameters [hide]
Select Orbit: [epoch=1994-Feb-17.0] J863/77 (default)

Osculating Orbital Elements

Epoch 2449400.5 (1994-Feb-17.0) TDB
Reference: JPL J863/77 (heliocentric **IAU76/J2000** ecliptic)

Element	Value	Uncertainty (1-sigma)	Units
e	0.967142908462304	5.035E-9	
a	17.8341442925537	3.8913E-8	au
q	0.585978111516909	8.8924E-8	au
i	162.262690579161	6.7791E-6	deg
node	58.42008097656843	9.0539E-6	deg
peri	111.3324851045177	1.1714E-5	deg
M	38.3842644764388	1.4226E-7	deg
tp	2446467.395317050925 1986-Feb-05.89531705	4.7896E-6	TDB
period	27509.1290731861 75.31589068834113	9.0034E-5 2.4650e-7	d y
n	0.01308656479244564	4.2831E-11	deg/d
Q	35.08231047359043	7.6546E-8	au

Miscellaneous Details

solution date	2001-Aug-02 13:51:39
# obs. used (total)	7428
data-arc span	57852 days (158.39 years)
first obs. used	1835-08-21
last obs. used	1994-01-11
planetary ephem.	DE405
SB-pert. ephem.	SB405-CPV-2
norm. resid. RMS	1.0147
source	JPL
producer	M.S.W. Keesey
Earth MOID	.0637815 au
T_jup	-0.606

La excentricidad es $\varepsilon = 0,96714$, es un valor entre 0 y 1, por lo tanto la órbita del cometa 1P/Halley es una elipse extremadamente excéntrica.

La ley se verifica si se satisface que $T^2 / a^3 = \dfrac{4.\pi^2}{G.M}$

Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} T = 75{,}316 \text{ años} = 2{,}3768 \times 10^9 s \\ a = 17{,}834 \text{ au} = 2{,}6679 \times 10^{12} m \end{array}\right\} T^2 / a^3 = \frac{(2{,}3768 \times 10^9 s)^2}{(2{,}6679 \times 10^{12} m)^3} = 2{,}9749 \times 10^{-19} s^2/m^3$$

Además:

$$\frac{4.\pi^2}{G.M} = \frac{4.\pi^2}{(6{,}6743 \times 10^{-11} m^3/(s^2.kg)).(1{,}9884 \times 10^{30} kg)} = 2{,}9747 \times 10^{-19} s^2/m^3$$

Al tomar los datos experimentales con cinco cifras significativas, estos dos valores son iguales a menos de un 0,007% o 7 partes en 100000, por lo tanto es una muy buena comprobación de dicha igualdad.

Aplicando un procesamiento de datos más riguroso, se obtiene:[3]

$$\boxed{(T^2/a^3) \pm \delta(T^2/a^3) = (2{,}9747337621 \pm 0{,}0000000390) \times 10^{-19} s^2/m^3}$$

$$\boxed{(4.\pi^2/G.M) \pm \delta(4.\pi^2/G.M) = (2{,}9748 \pm 0{,}0006) \times 10^{-19} s^2/m^3}$$

La medida indirecta (T^2/a^3) es cuatro órdenes de magnitud más precisa, de mejor calidad, que la medida indirecta ($4.\pi^2/G.M$).

El rango de la medida indirecta (T^2/a^3) está totalmente comprendido en el rango de la medida indirecta ($4.\pi^2/G.M$) por lo que podemos afirmar que se cumple la igualdad que verifica la ley.

[3] Ver propagación de incertidumbres en el Anexo.

Reflexiones finales.

El presente trabajo refleja algunos de los fuertes vínculos entre la teoría de gravitación de Isaac Newton, Edmond Halley y el cometa que lleva su nombre.
Se verifica una importante confluencia entre la predicción teórica sobre la naturaleza de la órbita del cometa y su constatación al reaparecer dicho cometa en 1759, lo que le da un fuerte aval histórico al trabajo de Newton, cuya publicación había sido posible gracias a la ayuda e influencia de Halley.

Además, dado el momento histórico, este respaldo a la teoría newtoniana se traduce en un importante respaldo a las ciencias naturales y a la ciencia en general, lo cual provocó un impulso en su promoción y desarrollo en esa época.

También en este trabajo se verifica experimentalmente, en parte, la teoría gravitatoria newtoniana a través de la comprobación de la Tercera Ley de Kepler. Dicha ley aplicada justamente a datos bastante contemporáneos (1994), obtenidos justamente, sobre el cometa Halley. Dados los escasos datos experimentales públicos, la verificación de dicha ley es realizada en una sola ocasión.

Por último, a la luz de la historia, resulta redundante y obvio destacar lo relevante que es y ha sido la teoría newtoniana en la física. Sin embargo, es muy probable que en lo antedicho tenga un “peso” bastante sustantivo el cometa Halley.
Hemos visto algunos ejemplos de la importancia que le asignaron distintas civilizaciones a sus respectivas apariciones, con sus relativas creencias históricas. En esa misma línea se podría afirmar, como una hipótesis, que lo mismo ocurrió y ocurre con la teoría newtoniana y lo sucedido con el cometa Halley, dado el papel fundamental que cumple dicha teoría en nuestras vidas cotidianas.

Bibliografía.

Crédito de la imagen de portada: Halley Multicolor Camera (1986) Team, Giotto Project, ESA.

Bachiller, R. (2009) “Hitos de la astronomía”. Elmundo.es.

Resnick, R., Halliday, D. y Krane, K. (1993) “Física 1” 3ra.Edición en español. Editorial CECSA. México.

Gambini, R., Romanelli, A., Abal, G. y Kahan, S. (1999) “Introducción a la Mecánica de la Partícula. Capítulo VI, Fuerzas Centrales”. Facultad de Ingeniería. UdelaR.

“Astronomical Constants”. The Astronomical Almanac. (2014). USNO and HMNAO.

https://www.bbc.com/mundo/ciencia_tecnologia/2010/09/100911_cometa_halley_grecia_antigua_amab

https://cometography.com/pcomets/001p.html

https://www.meteorologiaenred.com/edmund-halley.html

https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?des=1P

https://solarsystem.nasa.gov/asteroids-comets-and-meteors/comets/1p-halley/in-depth/

https://theskylive.com/halley-info#riseset

https://www.aaa.org.uy/2016/07/dos-estudios-sobre-la-orbita-caotica-del-cometa-halley-y-su-destino/

Anexo.
Propagación de incertidumbres.

Se utilizaran las siguientes propagaciones:
A y B son medidas directas o con incertidumbre conocida.
C es una medida indirecta.

$C = A^n \longrightarrow (\delta C/C) = n.(\delta A/A)$ $C = k/A \longrightarrow \delta C = k.(\delta A/A^2)$,
con n y k constantes reales.

$$\left.\begin{array}{l} C = A.B \\ C = A/B \end{array}\right\} (\delta C/C) = (\delta A/A) + (\delta B/B)$$

Datos experimentales (cifras significativas según medida e incertidumbre; ver tabla):

$T = 75{,}31589068634113$ años $= 2{,}37678875192 \times 10^9 s$
$\delta T = 2{,}4650 \times 10^{-7}$ años $= 7{,}78s$

$a = 17{,}834144292554$ au $= 2{,}6679500119226 \times 10^{12} m$
$\delta a = 3{,}8913 \times 10^{-8}$ au $= 5{,}8213 \times 10^3 m$

$$\left.\begin{array}{l} (\delta T^2/T^2) = 2.((7{,}78)/(2{,}37678875192 \times 10^9)) = 6{,}55 \times 10\text{-}^{9} \\ (\delta a^3/a^3) = 3.((5{,}8213 \times 10^3)/(2{,}6679500119226 \times 10^{12})) = 6{,}5458 \times 10^{-9} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} \delta(T^2/a^3)/(T^2/a^3) = 6{,}55 \times 10^{-9} + 6{,}5458 \times 10^{-9} = 1{,}31 \times 10^{-8} \\ \mathbf{(T^2/a^3) = 2{,}97473376209 \times 10^{-19} s^2/m^3} \end{array}\right\}$$

$\boldsymbol{\delta(T^2/a^3)} = (1{,}31 \times 10^{-8}).(2{,}97473376209 \times 10^{-19} s^2/m^3)$ $\mathbf{= 3{,}90 \times 10^{-27} s^2/m^3}$

Datos de Astronomical Constants:

$$\left.\begin{array}{l} G = 6{,}67428 \times 10^{-11} m^3/(s^2.kg) \\ \delta G = 6{,}7 \times 10^{-15} m^3/(s^2.kg) \\ \\ M = 1{,}9884 \times 10^{30} kg \\ \delta M = 2 \times 10^{26} kg \end{array}\right\}$$

$\delta(G.M)/(G.M) = (6{,}7 \times 10^{-15})/(6{,}67428 \times 10^{-11}) + (2 \times 10^{26})/(1{,}9884 \times 10^{30}) =$
$= 1{,}0 \times 10^{-4} + 1 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-4}$

$\delta(4.\pi^2/G.M) = 4.\pi^2.[\delta(G.M)/(G.M)^2] = 4.\pi^2.[\delta(G.M)/(G.M)]/(G.M) \longrightarrow$

$\boldsymbol{\delta(4.\pi^2/G.M)} = 4.\pi^2.(2 \times 10^{-4})/[(6{,}67428 \times 10^{-11} m^3/(s^2.kg)).(1{,}9884 \times 10^{30} kg)] =$
$\mathbf{= 6 \times 10^{-23} s^2/m^3}$

$\mathbf{(4.\pi^2/G.M) = 2{,}9748 \times 10^{-19} s^2/m^3}$